

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M\_pedagogic*

Model

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_1 = 2$  și  $a_3 = 8$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 5$ . Determinați numărul real  $m$  pentru care  $f(m) = f(1) + f(-1)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2(x^2 + 4) = 3$ .
- 5p 4. Un obiect costă 2000 de lei. Determinați prețul obiectului după ce acesta se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,1)$ ,  $B(-1,1)$ ,  $C(-1,-1)$  și  $D(1,-1)$ . Calculați perimetrul patrulaterului  $ABCD$ .
- 5p 6. Calculați aria triunghiului  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , știind că  $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$  și  $BC = 4\sqrt{2}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = 2xy - 8(x + y) + 36$ .

- 5p 1. Arătați că  $0 * 4 = 4$ .
- 5p 2. Demonstrați că  $x * y = 2(x - 4)(y - 4) + 4$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p 3. Verificați dacă  $e = \frac{9}{2}$  este elementul neutru al legii de compoziție „\*”.
- 5p 4. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $(x - 1) * (x + 1) = 10$ .
- 5p 5. Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $3^{x^2} * 3^{x^2} * 3^{x^2} = 0$ .
- 5p 6. Dați exemplul de numere raționale  $p$  și  $q$ , care nu sunt întregi, pentru care numărul  $p * q$  este întreg.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele  $A(a) = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$  și  $B(b) = \begin{pmatrix} 2 & b \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale.

- 5p 1. Arătați că  $\det(A(3)) = 2$ .
- 5p 2. Arătați că  $A(2) \cdot B(2) = 2(A(2) + B(2))$ .
- 5p 3. Determinați inversa matricei  $A(1)$ .
- 5p 4. Demonstrați că  $\det(A(a) + B(b)) = \det(A(a)) + \det(B(b))$  dacă și numai dacă  $a = b$ .
- 5p 5. Determinați valorile reale ale lui  $a$  pentru care matricea  $C(a) = B(a) \cdot A(a)$  este inversabilă.
- 5p 6. Determinați numerele naturale nenule  $n$  pentru care  $\det(A(n)) > n^2 - 7$ .

**Examenul de bacalaureat național 2020**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{pedagogic}$**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Model**

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

|    |   |          |
|----|---|----------|
| 1. | $S_3 = \frac{(a_1 + a_3) \cdot 3}{2} = \frac{(2+8) \cdot 3}{2} = 15$  | 3p<br>2p |
| 2. | $m + 5 = 1 + 5 + (-1) + 5$<br>$m = 5$   | 3p<br>2p |
| 3. | $x^2 + 4 = 2^3 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$<br>$x = -2$ sau $x = 2$ , care convin   | 3p<br>2p |
| 4. | După prima scumpire cu 10%, prețul obiectului este $2000 + 10\% \cdot 2000 = 2200$ de lei<br>După a doua scumpire cu 10%, prețul obiectului este $2200 + 10\% \cdot 2200 = 2420$ de lei | 3p<br>2p |
| 5. | $AB = BC = CD = DA = 2$<br>$P_{ABCD} = 4 \cdot 2 = 8$   | 3p<br>2p |
| 6. | $AB = AC = 4$<br>$\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$   | 2p<br>3p |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

|    |  |          |
|----|--|----------|
| 1. | $0 * 4 = 2 \cdot 0 \cdot 4 - 8(0+4) + 36 = 0 - 32 + 36 = 4$  | 3p<br>2p |
| 2. | $x * y = 2xy - 8x - 8y + 32 + 4 = 2x(y-4) - 8(y-4) + 4 = 2(x-4)(y-4) + 4$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$   | 2p<br>3p |
| 3. | $x * \frac{9}{2} = 2(x-4)\left(\frac{9}{2}-4\right) + 4 = x-4+4 = x$ , pentru orice număr real $x$<br>$\frac{9}{2} * x = 2\left(\frac{9}{2}-4\right)(x-4) + 4 = x-4+4 = x$ , pentru orice număr real $x$ , deci $e = \frac{9}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”   | 2p<br>3p |
| 4. | $2(x-1-4)(x+1-4) + 4 = 10 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0$<br>$x = 2$ sau $x = 6$  | 3p<br>2p |
| 5. | $3^{x^2} * 3^{x^2} = 2(3^{x^2} - 4)^2 + 4$ , $3^{x^2} * 3^{x^2} * 3^{x^2} = 4(3^{x^2} - 4)^3 + 4$ , unde $x$ este număr real<br>$(3^{x^2} - 4)^3 = -1 \Leftrightarrow 3^{x^2} = 3$ , de unde obținem $x = -1$ sau $x = 1$  | 2p<br>3p |
| 6. | $p * q \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 2(p-4)(q-4) \in \mathbb{Z}$ ; de exemplu, $p-4 = \frac{3}{2}$ , $q-4 = \frac{2}{3}$<br>$p = \frac{11}{2} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ , $q = \frac{14}{3} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ și $p * q = 6$ , care este număr întreg | 2p<br>3p |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

|           |   |                        |
|-----------|---|------------------------|
| <b>1.</b> | $A(3) = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(3)) = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 =$<br>$= 6 - 4 = 2$  | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>2.</b> | $A(2) \cdot B(2) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$<br>$2(A(2) + B(2)) = 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$ , deci $A(2) \cdot B(2) = 2(A(2) + B(2))$  | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>3.</b> | $A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -2$<br>$A^{-1}(1) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$  | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>4.</b> | $\det(A(a) + B(b)) = \begin{vmatrix} a+2 & 2+b \\ 4 & 4 \end{vmatrix} = 4a - 4b$ , $\det(A(a)) + \det(B(b)) = 2a - 2b$<br>$4a - 4b = 2a - 2b \Leftrightarrow a = b$   | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>5.</b> | $C(a) = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4a & 4+2a \\ 2a+4 & 8 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(C(a)) = \begin{vmatrix} 4a & 4+2a \\ 2a+4 & 8 \end{vmatrix} = -4a^2 + 16a - 16$<br>Matricea $C(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det(C(a)) \neq 0$ , de unde obținem $a \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>6.</b> | Cum $\det(A(n)) = 2n - 4$ , obținem $2n - 4 > n^2 - 7 \Leftrightarrow n^2 - 2n - 3 < 0$<br>$n \in (-1, 3)$ și, cum $n$ este număr natural nenul, obținem $n = 1$ sau $n = 2$  | <b>2p</b><br><b>3p</b> |