Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați numărul complex z, ştiind că $3z+2\overline{z}=5+2i$, unde $\overline{z}$ este conjugatul lui z.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $(f\circ f\circ f)(x)=x+3$, pentru orice număr real x.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x+3)-\log_3 x=1$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să se dividă cu 10.

5p **5.** Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{u}=(a+1)\vec{i}+(5a-1)\vec{j}$ și $\vec{v}=\vec{i}+3\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6.** Calculați aria triunghiului ABC, ştiind că $AB=6$, $AC=10$ și $\cos A=\dfrac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $M(x)=\begin{pmatrix} x+1 & 0 & x+2 \\ 0 & x & 0 \\ 3-x & 0 & 4-x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Calculați $\det\left(M(-1)\right)$.

5p **b)** Demonstrați că $M(x)+M(y)=M(0)+M(x+y)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați perechile de numere naturale m și n, ştiind că suma elementelor matricei $M(m)\cdot M(1)$ este egală cu suma elementelor matricei $M(1)\cdot M(n)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=4x+4y-4xy-3$.

5p **a)** Demonstrați că $x*y=1-4(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Arătați că $x*\dfrac{1}{x}\geq 1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $x*x*x*x=x$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=5\ln x-x^2-3x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(1-x)(2x+5)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Demonstrați că funcția f este concavă pe $(0,+\infty)$.

5p **c)** Demonstrați că $5\ln x\leq x^2+3x-4$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(x^2+4x+5\right)e^x$.

5p **a)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_0^1\left(f(x)-x^2e^x-5e^x\right)dx$.

5p **c)** Demonstrați că $\dfrac{e^2-1}{e^3}\leq\displaystyle\int_{-3}^{-1}f(x)\,dx\leq\dfrac{2\left(e^2-1\right)}{e^3}$.