Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Arătați că numărul $\left(\sqrt{2}-1\right)\left(3\sqrt{2}+1\right)+\left(\sqrt{2}+1\right)^2$ este întreg.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(2m-1)x-5$, unde m este număr real. Determinați numerele reale m, știind că $\lvert f(1)\rvert=4$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x+3}=3x+2$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor strict mai mică decât cifra unităților.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(2,1)$ și $C(0,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a astfel încât $AC\perp OB$.
5p	**6.** Determinați măsura unghiului A al triunghiului ABC, știind că $BC=6\sqrt{2}$, $AC=12$ și $m(\sphericalangle B)=45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=(x-2)(y-2)+2$.
5p	**1.** Calculați $\sqrt{2}*\sqrt{4}$.
5p	**2.** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.
5p	**3.** Verificați dacă $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.
5p	**4.** Determinați numerele reale x pentru care $2^x*4^x=2$.
5p	**5.** Determinați valorile reale x pentru care $x*(x+1)\leq 8$.
5p	**6.** Calculați $1*\sqrt{2}*\sqrt{3}*\ldots*\sqrt{10}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=M+2aI_2$, unde a este număr real.
5p	**1.** Calculați $\det M$.
5p	**2.** Determinați numerele reale a, știind că $\det\left(A(a)\right)=7$.
5p	**3.** Arătați că $M\cdot A(a)=A(a)\cdot M$, pentru orice număr real a.
5p	**4.** Determinați inversa matricei $A(-1)$.
5p	**5.** Determinați numărul real a, $a>0$, pentru care suma elementelor matricei $A(\log_2 a)$ este egală cu 37.
5p	**6.** Demonstrați că, pentru orice număr întreg m, numărul $\det\left(A(m)\right)$ este natural impar.

Examenul de bacalaureat naţional 2019
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\sqrt{2}-1\right)\left(3\sqrt{2}+1\right)=5-2\sqrt{2}$	**2p**
	$\left(\sqrt{2}+1\right)^2=3+2\sqrt{2}$, deci $\left(\sqrt{2}-1\right)\left(3\sqrt{2}+1\right)+\left(\sqrt{2}+1\right)^2=5-2\sqrt{2}+3+2\sqrt{2}=8\in\mathbb{Z}$	**3p**
2.	$f(1)=2m-6$, deci $2m-6=-4$ sau $2m-6=4$	**3p**
	$m=1$ sau $m=5$	**2p**
3.	$2x+3=(3x+2)^2 \Rightarrow 9x^2+10x+1=0$	**3p**
	$x=-1$ care nu convine, $x=-\frac{1}{9}$ care convine	**2p**
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile	**1p**
	Sunt 36 de numere naturale de două cifre care au cifra zecilor strict mai mică decât cifra unităţilor, deci sunt 36 de cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{2}{5}$	**2p**
5.	$m_{AC}=-a+1$, $m_{OB}=\frac{1}{2}$	**2p**
	$\frac{1}{2}(-a+1)=-1\Leftrightarrow a=3$	**3p**
6.	$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}\Rightarrow\frac{6\sqrt{2}}{\sin A}=\frac{12}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\Rightarrow\sin A=\frac{1}{2}$	**3p**
	$m(\sphericalangle A)=30^\circ$, care convine, sau $m(\sphericalangle A)=150^\circ$, care nu convine, deoarece $m(\sphericalangle B)=45^\circ$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{2}*\sqrt{4}=\left(\sqrt{2}-2\right)\left(\sqrt{4}-2\right)+2=$	**3p**
	$=\left(\sqrt{2}-2\right)(2-2)+2=2$	**2p**
2.	$x*y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y	**2p**
	$y*x=(y-2)(x-2)+2=(x-2)(y-2)+2=x*y$, pentru orice numere reale x şi y, deci legea de compoziţie „$*$” este comutativă	**3p**
3.	$x*3=(x-2)(3-2)+2=x-2+2=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$3*x=(3-2)(x-2)+2=x-2+2=x$, pentru orice număr real x, deci $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”	**3p**
4.	$\left(2^x-2\right)\left(4^x-2\right)+2=2\Leftrightarrow 2^x-2=0$ sau $4^x-2=0$	**3p**
	$x=1$ sau $x=\frac{1}{2}$	**2p**

5.	$(x-2)(x+1-2)+2\le 8 \Leftrightarrow x^2-3x-4\le 0$	**3p**
	$x\in[-1,4]$	**2p**
6.	$x*2=2$ și $2*y=2$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
	$1*\sqrt{2}*\sqrt{3}*\ldots*\sqrt{10}=\left(\left(1*\sqrt{2}*\sqrt{3}\right)*\sqrt{4}\right)*\left(\sqrt{5}*\sqrt{6}*\ldots*\sqrt{10}\right)=2*\left(\sqrt{5}*\sqrt{6}*\ldots*\sqrt{10}\right)=2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det M=\begin{vmatrix}2 & 1\\ -1 & 3\end{vmatrix}=2\cdot 3-1\cdot(-1)=$	**3p**
	$=6+1=7$	**2p**
2.	$A(a)=\begin{pmatrix}2+2a & 1\\ -1 & 3+2a\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(a))=\begin{vmatrix}2+2a & 1\\ -1 & 3+2a\end{vmatrix}=4a^2+10a+7$	**3p**
	$4a^2+10a+7=7\Leftrightarrow a=-\frac{5}{2}$ sau $a=0$	**2p**
3.	$M\cdot A(a)=M\cdot(M+2aI_2)=M\cdot M+2aM$, pentru orice număr real a	**2p**
	$A(a)\cdot M=(M+2aI_2)\cdot M=M\cdot M+2aM=M\cdot A(a)$, pentru orice număr real a	**3p**
4.	$A(-1)=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $\det(A(-1))=1\neq 0$	**2p**
	$(A(-1))^{-1}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$	**3p**
5.	Suma elementelor matricei $A(\log_2 a)$ este $5+4\log_2 a$	**2p**
	$5+4\log_2 a=37\Leftrightarrow \log_2 a=8$, deci $a=256$	**3p**
6.	Pentru orice număr întreg m, numărul $\det(A(m))=4m^2+10m+7$ este întreg și, cum $4m^2+10m+7>0$, obținem că numărul $\det(A(m))$ este natural	**2p**
	Cum $4m^2$ și $10m$ sunt numere pare, obținem că numărul $\det(A(m))$ este natural impar	**3p**