Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(2+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{4}{5}=2$.

5p **2.** Arătați că $\frac{x_1+x_2-1}{x_1x_2}=1$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-4x+3=0$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x+1}=8$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, acesta să fie multiplu de 4.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$ și $B(4,0)$. Calculați perimetrul triunghiului OAB.

5p **6**. Arătați că $\sin^2 150°+\sin^2 60°=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=5$.

5p **b)** Determinaţi numărul real a pentru care $B\cdot B=2B$.

5p **c)** Arătați că $\det(A\cdot B-B\cdot A)\geq 0$, pentru orice număr real a.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy-3x-3y+12$.

5p **a)** Arătați că $1\circ 3=3$.

5p **b)** Demonstrați că $x\circ y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numărul real x, pentru care $(x\circ x)\circ x=3$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+6x+2$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=3\left(x^2+2\right)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f'(x)}{x+2}=3$.

5p **c)** Demonstrați că $-5\leq f(x)\leq 9$, pentru orice $x\in[-1,1]$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3-x$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)+x)\,dx=1$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_0^1 \left(4x^3-f(x)\right)e^x\,dx=1$.

5p **c)** Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=3$.

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$	**3p**
	$\frac{5}{2}\cdot\frac{4}{5}=2$	**2p**
2.	$x_1+x_2=4$, $x_1x_2=3$	**2p**
	$\frac{x_1+x_2-1}{x_1x_2}=\frac{4-1}{3}=1$	**3p**
3.	$2^{x+1}=2^3 \Leftrightarrow x+1=3$	**3p**
	$x=2$	**2p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**2p**
	Multiplii de 4 din mulțimea A sunt 4 și 8, deci sunt 2 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{2}{9}$	**1p**
5.	$AB=\sqrt{(4-0)^2+(0-3)^2}=5$, $AO=3$, $BO=4$	**3p**
	$P_{\Delta AOB}=AB+AO+BO=5+3+4=12$	**2p**
6.	$\sin 150^\circ=\frac{1}{2}$, $\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**3p**
	$\sin^2 150^\circ+\sin^2 60^\circ=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}3 & 2\\ 2 & 3\end{vmatrix}=3\cdot 3-2\cdot 2=$	**3p**
	$=9-4=5$	**2p**
b)	$B\cdot B=\begin{pmatrix}2 & a+1\\ a+1 & a^2+1\end{pmatrix}$	**2p**
	$2B=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2a\end{pmatrix}$, deci $B\cdot B=2B \Leftrightarrow a=1$	**3p**
c)	$A\cdot B-B\cdot A=\begin{pmatrix}5 & 3+2a\\ 5 & 2+3a\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5 & 5\\ 3+2a & 2+3a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 2a-2\\ 2-2a & 0\end{pmatrix}$	**3p**
	$\det(A\cdot B-B\cdot A)=\begin{vmatrix}0 & 2a-2\\ 2-2a & 0\end{vmatrix}=(2a-2)^2\geq 0$, pentru orice număr real a	**2p**

2.a)	$1\circ 3=1\cdot 3-3\cdot 1-3\cdot 3+12=$ $=3-3-9+12=3$	**3p** **2p**
b)	$x\circ y=xy-3x-3y+9+3=$ $=x(y-3)-3(y-3)+3=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y	**2p** **3p**
c)	$x\circ x=(x-3)^2+3$, $(x\circ x)\circ x=(x-3)^3+3$ $(x-3)^3+3=3\Leftrightarrow x=3$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(x^3\right)'+(6x)'+(2)'=$ $=3x^2+6=3\left(x^2+2\right)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p** **3p**
b)	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f'(x)}{x+2}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{3\left(x^2+2\right)}{x+2}=$ $=\frac{3\left(0^2+2\right)}{0+2}=3$	**2p** **3p**
c)	$x\in[-1,1]\Rightarrow f'(x)>0$, deci f este crescătoare pe $[-1,1]$ Cum $f(-1)=-5$ şi $f(1)=9$, obţinem $-5\le f(x)\le 9$, pentru orice $x\in[-1,1]$	**2p** **3p**
2.a)	$\int_0^1(f(x)+x)dx=\int_0^1\left(4x^3-x+x\right)dx=\int_0^1 4x^3dx=$ $=x^4\Big\vert_0^1=1$	**2p** **3p**
b)	$\int_0^1\left(4x^3-f(x)\right)e^xdx=\int_0^1\left(4x^3-4x^3+x\right)e^xdx=\int_0^1 xe^xdx=$ $=(x-1)e^x\Big\vert_0^1=1$	**2p** **3p**
c)	$\mathcal{A}=\int_1^3\lvert f(x)\rvert dx=\int_1^3\left(4x^3-x\right)dx=\left(x^4-\frac{x^2}{2}\right)\Big\vert_1^3=$ $=81-\frac{9}{2}-1+\frac{1}{2}=76$	**3p** **2p**