

Examenul de bacalaureat național 2017  
Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Varianta 2

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy  $\left(2 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{5} = 2$ .
- 5p 2. Igazold, hogy  $\frac{x_1 + x_2 - 1}{x_1 x_2} = 1$ , ahol  $x_1$  és  $x_2$  az  $x^2 - 4x + 3 = 0$  egyenlet megoldásai!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a  $2^{x+1} = 8$  egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy az  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  halmazból véletlenszerűen kiválasztott szám a 4 többszöröse legyen!
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(0,3)$  és  $B(4,0)$  pontok. Számítsd ki az  $OAB$  háromszög területét!
- 5p 6. Igazold, hogy  $\sin^2 150^\circ + \sin^2 60^\circ = 1$ .

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$  és  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$  mátrixok, ahol  $a$  valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy  $\det A = 5$ .
- 5p b) Határozd meg az  $a$  valós számot úgy, hogy  $B \cdot B = 2B$ !
- 5p c) Igazold, hogy  $\det(A \cdot B - B \cdot A) \geq 0$ , bármely  $a$  valós szám esetén!
2. A valós számok halmazán adott az  $x \circ y = xy - 3x - 3y + 12$  művelet.
- 5p a) Igazold, hogy  $1 \circ 3 = 3$ .
- 5p b) Igazold, hogy  $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$ , bármely  $x$  és  $y$  valós szám esetén!
- 5p c) Határozd meg azt az  $x$  valós számot, amelyre  $(x \circ x) \circ x = 3$ .

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + 6x + 2$  függvény.
- 5p a) Igazold, hogy  $f'(x) = 3(x^2 + 2)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Igazold, hogy  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x + 2} = 3$ .
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy  $-5 \leq f(x) \leq 9$ , bármely  $x \in [-1, 1]$  esetén!
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x^3 - x$  függvény.
- 5p a) Igazold, hogy  $\int_0^1 (f(x) + x) dx = 1$ .
- 5p b) Igazold, hogy  $\int_0^1 (4x^3 - f(x)) e^x dx = 1$ .
- 5p c) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képe, az  $Ox$  tengely, az  $x=1$  és az  $x=3$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét!

**Examenul de bacalaureat național 2017**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_tehnologic***  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 2**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$	<b>3p</b>
	$\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5} = 2$	<b>2p</b>
<b>2.</b>	$x_1 + x_2 = 4, x_1 x_2 = 3$	<b>2p</b>
	$\frac{x_1 + x_2 - 1}{x_1 x_2} = \frac{4 - 1}{3} = 1$	<b>3p</b>
<b>3.</b>	$2^{x+1} = 2^3 \Leftrightarrow x + 1 = 3$	<b>3p</b>
	$x = 2$	<b>2p</b>
<b>4.</b>	Mulțimea $A$ are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	<b>2p</b>
	Multiplii de 4 din mulțimea $A$ sunt 4 și 8, deci sunt 2 cazuri favorabile	<b>2p</b>
	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{2}{9}$	<b>1p</b>
<b>5.</b>	$AB = \sqrt{(4-0)^2 + (0-3)^2} = 5, AO = 3, BO = 4$	<b>3p</b>
	$P_{\Delta AOB} = AB + AO + BO = 5 + 3 + 4 = 12$	<b>2p</b>
<b>6.</b>	$\sin 150^\circ = \frac{1}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	<b>3p</b>
	$\sin^2 150^\circ + \sin^2 60^\circ = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$	<b>2p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 =$	<b>3p</b>
	$= 9 - 4 = 5$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$B \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & a+1 \\ a+1 & a^2+1 \end{pmatrix}$	<b>2p</b>
	$2B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2a \end{pmatrix}$ , deci $B \cdot B = 2B \Leftrightarrow a = 1$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$A \cdot B - B \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 3+2a \\ 5 & 2+3a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 3+2a & 2+3a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2a-2 \\ 2-2a & 0 \end{pmatrix}$	<b>3p</b>
	$\det(A \cdot B - B \cdot A) = \begin{vmatrix} 0 & 2a-2 \\ 2-2a & 0 \end{vmatrix} = (2a-2)^2 \geq 0$ , pentru orice număr real $a$	<b>2p</b>

<b>2.a)</b>	$1 \circ 3 = 1 \cdot 3 - 3 \cdot 1 - 3 \cdot 3 + 12 =$ $= 3 - 3 - 9 + 12 = 3$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$x \circ y = xy - 3x - 3y + 9 + 3 =$ $= x(y-3) - 3(y-3) + 3 = (x-3)(y-3) + 3$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$x \circ x = (x-3)^2 + 3$ , $(x \circ x) \circ x = (x-3)^3 + 3$ $(x-3)^3 + 3 = 3 \Leftrightarrow x = 3$	<b>3p</b> <b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = (x^3)' + (6x)' + (2)' =$ $= 3x^2 + 6 = 3(x^2 + 2)$ , $x \in \mathbb{R}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3(x^2+2)}{x+2} =$ $= \frac{3(0^2+2)}{0+2} = 3$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$x \in [-1, 1] \Rightarrow f'(x) > 0$ , deci $f$ este crescătoare pe $[-1, 1]$ Cum $f(-1) = -5$ și $f(1) = 9$ , obținem $-5 \leq f(x) \leq 9$ , pentru orice $x \in [-1, 1]$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_0^1 (f(x) + x) dx = \int_0^1 (4x^3 - x + x) dx = \int_0^1 4x^3 dx =$ $= x^4 \Big _0^1 = 1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$\int_0^1 (4x^3 - f(x)) e^x dx = \int_0^1 (4x^3 - 4x^3 + x) e^x dx = \int_0^1 x e^x dx =$ $= (x-1) e^x \Big _0^1 = 1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$\mathcal{A} = \int_1^3  f(x)  dx = \int_1^3 (4x^3 - x) dx = \left( x^4 - \frac{x^2}{2} \right) \Big _1^3 =$ $= 81 - \frac{9}{2} - 1 + \frac{1}{2} = 76$	<b>3p</b> <b>2p</b>