

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. THEMA

(30 Puncte)

- 5p 1. Zeige, dass $\left(2 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{5} = 2$.
- 5p 2. Zeige, dass $\frac{x_1 + x_2 - 1}{x_1 x_2} = 1$, wo x_1 und x_2 die Lösungen der Gleichung $x^2 - 4x + 3 = 0$ sind.
- 5p 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $2^{x+1} = 8$.
- 5p 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine aus der Menge $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ gewählte Zahl ein Vielfaches von 4 ist.
- 5p 5. Im kartesischen Bezugssystem xOy seien die Punkte $A(0,3)$ und $B(4,0)$. Berechne den Umfang des Dreiecks OAB .
- 5p 6. Zeige, dass $\sin^2 150^\circ + \sin^2 60^\circ = 1$.

II. THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, wo a eine reelle Zahl ist.
- 5p a) Zeige, dass $\det A = 5$.
- 5p b) Bestimme die reelle Zahl a , für die $B \cdot B = 2B$.
- 5p c) Zeige, dass $\det(A \cdot B - B \cdot A) \geq 0$, für jede reelle Zahl a .
2. Auf der Menge der reellen Zahlen definiert man die Verknüpfung $x \circ y = xy - 3x - 3y + 12$.
- 5p a) Zeige, dass $1 \circ 3 = 3$.
- 5p b) Beweise, dass $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$, für alle reellen Zahlen x und y .
- 5p c) Bestimme die reelle Zahl x , für die $(x \circ x) \circ x = 3$.

III. THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 6x + 2$.
- 5p a) Zeige, dass $f'(x) = 3(x^2 + 2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Zeige, dass $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x + 2} = 3$.
- 5p c) Beweise, dass $-5 \leq f(x) \leq 9$, für alle $x \in [-1, 1]$.
2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 - x$.
- 5p a) Zeige, dass $\int_0^1 (f(x) + x) dx = 1$.
- 5p b) Zeige, dass $\int_0^1 (4x^3 - f(x)) e^x dx = 1$.
- 5p c) Bestimme den Flächeninhalt der Menge begrenzt von dem Grafen der Funktion f , der Ox -Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x = 1$ und $x = 3$.

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$	3p
	$\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5} = 2$	2p
2.	$x_1 + x_2 = 4, x_1 x_2 = 3$	2p
	$\frac{x_1 + x_2 - 1}{x_1 x_2} = \frac{4 - 1}{3} = 1$	3p
3.	$2^{x+1} = 2^3 \Leftrightarrow x + 1 = 3$	3p
	$x = 2$	2p
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	2p
	Multiplii de 4 din mulțimea A sunt 4 și 8, deci sunt 2 cazuri favorabile	2p
	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{2}{9}$	1p
5.	$AB = \sqrt{(4-0)^2 + (0-3)^2} = 5, AO = 3, BO = 4$	3p
	$P_{\Delta AOB} = AB + AO + BO = 5 + 3 + 4 = 12$	2p
6.	$\sin 150^\circ = \frac{1}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	3p
	$\sin^2 150^\circ + \sin^2 60^\circ = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 =$	3p
	$= 9 - 4 = 5$	2p
b)	$B \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & a+1 \\ a+1 & a^2+1 \end{pmatrix}$	2p
	$2B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2a \end{pmatrix}$, deci $B \cdot B = 2B \Leftrightarrow a = 1$	3p
c)	$A \cdot B - B \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 3+2a \\ 5 & 2+3a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 3+2a & 2+3a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2a-2 \\ 2-2a & 0 \end{pmatrix}$	3p
	$\det(A \cdot B - B \cdot A) = \begin{vmatrix} 0 & 2a-2 \\ 2-2a & 0 \end{vmatrix} = (2a-2)^2 \geq 0$, pentru orice număr real a	2p

2.a)	$1 \circ 3 = 1 \cdot 3 - 3 \cdot 1 - 3 \cdot 3 + 12 =$ $= 3 - 3 - 9 + 12 = 3$	3p 2p
b)	$x \circ y = xy - 3x - 3y + 9 + 3 =$ $= x(y-3) - 3(y-3) + 3 = (x-3)(y-3) + 3$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
c)	$x \circ x = (x-3)^2 + 3$, $(x \circ x) \circ x = (x-3)^3 + 3$ $(x-3)^3 + 3 = 3 \Leftrightarrow x = 3$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = (x^3)' + (6x)' + (2)' =$ $= 3x^2 + 6 = 3(x^2 + 2)$, $x \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3(x^2+2)}{x+2} =$ $= \frac{3(0^2+2)}{0+2} = 3$	2p 3p
c)	$x \in [-1, 1] \Rightarrow f'(x) > 0$, deci f este crescătoare pe $[-1, 1]$ Cum $f(-1) = -5$ și $f(1) = 9$, obținem $-5 \leq f(x) \leq 9$, pentru orice $x \in [-1, 1]$	2p 3p
2.a)	$\int_0^1 (f(x) + x) dx = \int_0^1 (4x^3 - x + x) dx = \int_0^1 4x^3 dx =$ $= x^4 \Big _0^1 = 1$	2p 3p
b)	$\int_0^1 (4x^3 - f(x)) e^x dx = \int_0^1 (4x^3 - 4x^3 + x) e^x dx = \int_0^1 x e^x dx =$ $= (x-1) e^x \Big _0^1 = 1$	2p 3p
c)	$\mathcal{A} = \int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 (4x^3 - x) dx = \left(x^4 - \frac{x^2}{2} \right) \Big _1^3 =$ $= 81 - \frac{9}{2} - 1 + \frac{1}{2} = 76$	3p 2p