Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\frac{1}{2}:0,5-1=0$.

5p **2.** Calculați $f(-1)+f(0)+f(1)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+1}=5$.

5p **4.** Un obiect costă 150 lei. Calculați prețul obiectului după o scumpire cu 30%.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,5)$ și $B(3,5)$. Determinați distanța de la punctul A la punctul B.

5p **6.** Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $AC=5$ și $m(\sphericalangle B)=45°$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ -1 & -1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det M=4$.

5p **b)** Arătați că $M\cdot M+3M+4I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați numerele reale a și b astfel încât $M\cdot M\cdot M=aM+bI_2$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-5X^2+5X-1$.

5p **a)** Arătați că $f(1)=0$.

5p **b)** Arătați că $f(a)+f(-a)+2\le 0$, pentru orice număr real a.

5p **c)** Demonstrați că $x_1^2+x_2^2+x_3^2=15x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-6x+1$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=6(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $f(2012)+f(2014)\le f(2013)+f(2015)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \left(f(x)+4\right)dx=\frac{1}{3}$.

5p **b)** Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{1}{f(x)+5}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a>1$, pentru care $\int_1^a \frac{f(x)+4}{x}dx=12$.

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$0{,}5=\frac{1}{2}$	**2p**
	$\frac{1}{2}:\frac{1}{2}-1=0$	**3p**
2.	$f(-1)=0$, $f(0)=0$ și $f(1)=2$	**3p**
	$f(-1)+f(0)+f(1)=2$	**2p**
3.	$3x+1=25$	**3p**
	$x=8$, care verifică ecuația	**2p**
4.	30% din 150 este $\frac{30}{100}\cdot150=45$	**3p**
	Prețul după scumpire este $150+45=195$ de lei	**2p**
5.	$AB=\sqrt{(3-1)^2+(5-5)^2}=$	**3p**
	$=2$	**2p**
6.	ΔABC este isoscel	**3p**
	$AB=5$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det M=\begin{vmatrix}-2 & 2\\ -1 & -1\end{vmatrix}=(-2)\cdot(-1)-2\cdot(-1)=$	**3p**
	$=2-(-2)=4$	**2p**
b)	$M\cdot M=\begin{pmatrix}2 & -6\\ 3 & -1\end{pmatrix}$, $3M=\begin{pmatrix}-6 & 6\\ -3 & -3\end{pmatrix}$, $4I_2=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$	**3p**
	$M\cdot M+3M+4I_2=\begin{pmatrix}2-6+4 & -6+6+0\\ 3-3+0 & -1-3+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
c)	$M\cdot M\cdot M=\begin{pmatrix}2 & 10\\ -5 & 7\end{pmatrix}$, $aM+bI_2=\begin{pmatrix}-2a+b & 2a\\ -a & -a+b\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}2 & 10\\ -5 & 7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2a+b & 2a\\ -a & -a+b\end{pmatrix}\Leftrightarrow a=5$, $b=12$	**2p**
2.a)	$f(1)=1^3-5\cdot1^2+5\cdot1-1=$	**3p**
	$=1-5+5-1=0$	**2p**
b)	$f(a)=a^3-5a^2+5a-1$, $f(-a)=-a^3-5a^2-5a-1$	**2p**
	$f(a)+f(-a)+2=-10a^2\le0$, pentru orice număr real a	**3p**

c)	$x_1+x_2+x_3=5$, $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=5$, $x_1x_2x_3=1$	**3p**
	$x_1^2+x_2^2+x_3^2=5^2-2\cdot 5=15\cdot 1=15x_1x_2x_3$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=6x^2-6=$	**3p**
	$=6\left(x^2-1\right)=6(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$f(1)=-3$, $f'(1)=0$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(1)=f'(1)(x-1)\Rightarrow y=-3$	**3p**
c)	$f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in[1,+\infty)$, deci f este crescătoare pe intervalul $[1,+\infty)$	**3p**
	$f(2012)\leq f(2013)$ și $f(2014)\leq f(2015)$, deci $f(2012)+f(2014)\leq f(2013)+f(2015)$	**2p**
2.a)	$\int_0^1 (f(x)+4)dx=\int_0^1 x^2dx=$	**2p**
	$=\left.\frac{x^3}{3}\right\|_0^1=\frac{1}{3}$	**3p**
b)	$\mathcal{A}=\int_0^1 \|g(x)\|dx=\int_0^1 \frac{1}{x^2+1}dx=\left.\operatorname{arctg} x\right\|_0^1=$	**3p**
	$=\operatorname{arctg}1-\operatorname{arctg}0=\frac{\pi}{4}$	**2p**
c)	$\int_1^a \frac{f(x)+4}{x}dx=\int_1^a x\,dx=\left.\frac{x^2}{2}\right\|_1^a=\frac{a^2}{2}-\frac{1}{2}$	**3p**
	$\frac{a^2}{2}-\frac{1}{2}=12\Leftrightarrow a^2-25=0$ și, cum $a>1$, obținem $a=5$	**2p**