Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 8

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{32}-\sqrt{18}-\sqrt{2}=0$.
5p	**2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=4-2x$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{5-3x}=25$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4 și 5.
5p	**5**. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(5,3)$ și $C(5,6)$. Arătați că $AB=BC$.
5p	**6.** Arătați că $\sin 30°+\sin 45°\cdot\cos 45°=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy+x+y$.
5p	**1.** Arătați că $2015\circ(-1)=-1$.
5p	**2.** Demonstrați că legea de compoziție „$\circ$” este asociativă.
5p	**3.** Verificați dacă $e=0$ este element neutru al legii de compoziție „$\circ$”.
5p	**4.** Arătați că $x\circ x=(x+1)^2-1$, pentru orice număr real x.
5p	**5.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x\circ x\circ x=0$.
5p	**6.** Arătați că $x\circ(x+1)\geq x$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a&2\\1&a+1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det(A(0))=-2$.
5p	**2.** Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a))=0$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\det(A(a)-I_2)<0$.
5p	**4.** Arătați că $(2a+1)A(a)-A(a)\cdot A(a)=(a^2+a-2)I_2$, pentru orice număr real a.
5p	**5.** Determinați inversa matricei $A(2)$.
5p	**6.** Determinați numerele naturale m pentru care $\det(A(m))\leq 1$.

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 8

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **<u>Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.</u>**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{32}=4\sqrt{2}$, $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$	**2p**
	$4\sqrt{2}-3\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$	**3p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x+1=4-2x\Leftrightarrow 3x=3$	**3p**
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x=1$ și $y=2$	**2p**
3.	$5^{5-3x}=5^2\Leftrightarrow 5-3x=2$	**3p**
	$x=1$	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 2 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 5 moduri, deci se pot forma $2\cdot 5=10$ numere	**3p**
5.	$AB=3$	**2p**
	$BC=3\Rightarrow AB=BC$	**3p**
6.	$\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$	**3p**
	$\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2015\circ(-1)=2015\cdot(-1)+2015+(-1)=$	**3p**
	$=-2015+2015-1=-1$	**2p**
2.	$(x\circ y)\circ z=(xy+x+y)\circ z=xyz+xz+yz+xy+x+y+z$	**2p**
	$x\circ(y\circ z)=x\circ(yz+y+z)=xyz+xy+xz+x+yz+y+z=(x\circ y)\circ z$, pentru orice numere reale x, y și z	**3p**
3.	$x\circ 0=x\cdot 0+x+0=x$	**2p**
	$0\circ x=0\cdot x+0+x=x=x\circ 0$, pentru orice număr real x, deci $e=0$ este element neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
4.	$x\circ x=x\cdot x+x+x=x^2+2x=$	**2p**
	$=x^2+2x+1-1=(x+1)^2-1$, pentru orice număr real x	**3p**
5.	$x\circ x\circ x\circ x=(x+1)^4-1$	**2p**
	$(x+1)^4=1\Leftrightarrow x_1=-2$ și $x_2=0$	**3p**
6.	$x\circ(x+1)-x=x(x+1)+x+x+1-x=x^2+2x+1=$	**2p**
	$=(x+1)^2\geq 0$, deci $x\circ(x+1)\geq x$, pentru orice număr real x	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(0)=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(0))=\begin{vmatrix}0 & 2\\ 1 & 1\end{vmatrix}=0\cdot 1-1\cdot 2=$	**3p**
	$=0-2=-2$	**2p**
2.	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}a & 2\\ 1 & a+1\end{vmatrix}=a^2+a-2$	**3p**
	$a^2+a-2=0\Leftrightarrow a_1=-2$ și $a_2=1$	**2p**
3.	$A(a)-I_2=\begin{pmatrix}a-1 & 2\\ 1 & a\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(a)-I_2)=a^2-a-2$	**2p**
	$a^2-a-2<0\Leftrightarrow a\in(-1,2)$	**3p**
4.	$(2a+1)A(a)=\begin{pmatrix}2a^2+a & 4a+2\\ 2a+1 & 2a^2+3a+1\end{pmatrix}$	**1p**
	$A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}a^2+2 & 4a+2\\ 2a+1 & a^2+2a+3\end{pmatrix}$	**2p**
	$(2a+1)A(a)-A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}a^2+a-2 & 0\\ 0 & a^2+a-2\end{pmatrix}=(a^2+a-2)\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=(a^2+a-2)I_2$, pentru orice număr real a	**2p**
5.	$A(2)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $\det(A(2))=4\neq 0$	**2p**
	$(A(2))^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{3}{4} & -\frac{1}{2}\\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$	**3p**
6.	$\det(A(m))\leq 1\Leftrightarrow m^2+m-3\leq 0$	**2p**
	Cum m este număr natural obținem $m=0$ și $m=1$	**3p**