Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculaţi media aritmetică a numerelor $a=2\left(5-\sqrt{5}\right)$ şi $b=2\sqrt{5}$.

5p **2.** Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+3$ cu axa Ox.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(2x-1)-\log_5 3=0$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie multiplu de 3.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$ şi $B(6,4)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.

5p **6**. Arătaţi că $\sin(a+b)=\frac{63}{65}$, ştiind că $a,\ b\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, $\sin a=\frac{3}{5}$ şi $\sin b=\frac{12}{13}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 1 & -1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculaţi $\det A$.

5p **b)** Determinaţi numerele reale p pentru care $A\cdot A=pA$.

5p **c)** Determinaţi matricele $B=\begin{pmatrix}0 & b\\ b & 0\end{pmatrix}$, ştiind că $\det(A+B)=0$, unde b este un număr real.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie dată de $x\circ y=-xy+x+y$.

5p **a)** Calculaţi $1\circ 2015$.

5p **b)** Arătaţi că $x\circ y=-(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^x\circ 5^x=1$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{3x}{x^2+1}$.

5p **a)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.

5p **b)** Arătaţi că $f'(x)=-\frac{3(x-1)(x+1)}{\left(x^2+1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Determinaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^5+x$.

5p **a)** Calculaţi $\int\limits_{-1}^{1} x^5\,dx$.

5p **b)** Arătaţi că $\int\limits_{0}^{1}\left(f(x)-x^5\right)e^x\,dx=1$.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, definită prin $g(x)=\frac{f(x)-x}{x^3}$.

Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$m_a=\frac{10-2\sqrt{5}+2\sqrt{5}}{2}=$	**3p**
	$=\frac{10}{2}=5$	**2p**
2.	$f(x)=0\Leftrightarrow x^2-4x+3=0$	**3p**
	$x_1=1$ şi $x_2=3$	**2p**
3.	$\log_5\frac{2x-1}{3}=0\Leftrightarrow\frac{2x-1}{3}=1$	**3p**
	$x=2$ care verifică ecuaţia	**2p**
4.	Sunt 4 numere de o cifră multipli ai lui 3, deci sunt 4 cazuri favorabile	**2p**
	Sunt 10 numere de o cifră, deci sunt 10 cazuri posibile	**1p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$	**2p**
5.	M mijlocul segmentului $AB\Rightarrow x_M=\frac{2+6}{2}=4$	**3p**
	$y_M=4$	**2p**
6.	$\cos a=\frac{4}{5}$, $\cos b=\frac{5}{13}$	**2p**
	$\sin(a+b)=\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{13}+\frac{12}{13}\cdot\frac{4}{5}=\frac{63}{65}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}2 & -2\\ 1 & -1\end{vmatrix}=-2+2=$	**3p**
	$=0$	**2p**
b)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 1 & -1\end{pmatrix}$	**3p**
	$p=1$	**2p**
c)	$A+B=\begin{pmatrix}2 & b-2\\ b+1 & -1\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A+B)=-b^2+b$	**2p**
	$\det(A+B)=0\Leftrightarrow b=0$ sau $b=1\Leftrightarrow B=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ sau $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$	**3p**
2.a)	$1\circ 2015=-1\cdot 2015+1+2015=$	**3p**
	$=1$	**2p**

b)	$x \circ y = -x(y-1) + (y-1) + 1 =$	**3p**
	$= -(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
c)	$(3^x - 1)(5^x - 1) = 0$	**2p**
	$x = 0$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} \frac{3x}{x^2+1} =$	**2p**
	$= \frac{3\cdot 1}{1^2+1} = \frac{3}{2}$	**3p**
b)	$f'(x) = \frac{3(x^2+1) - 3x\cdot 2x}{(x^2+1)^2} =$	**2p**
	$= \frac{3-3x^2}{(x^2+1)^2} = -\frac{3(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$	**3p**
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1$ și $x_2 = 1$	**2p**
	$f'(x) \leq 0$ pentru orice $x \in (-\infty, -1] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty, -1]$	**1p**
	$f'(x) \geq 0$ pentru orice $x \in [-1, 1] \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[-1, 1]$	**1p**
	$f'(x) \leq 0$ pentru orice $x \in [1, +\infty) \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[1, +\infty)$	**1p**
2.a)	$\int_{-1}^{1} x^5 dx = \frac{x^6}{6}\Big\vert_{-1}^{1} =$	**3p**
	$= \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = 0$	**2p**
b)	$\int_0^1 xe^x dx = xe^x \Big\vert_0^1 - \int_0^1 e^x dx =$	**3p**
	$= e - 0 - e + 1 = 1$	**2p**
c)	$g(x) = \frac{(x^5+x) - x}{x^3} = x^2 \Rightarrow V = \pi\int_1^2 x^4 dx = \pi \frac{x^5}{5}\Big\vert_1^2 =$	**3p**
	$= \frac{31}{5}\pi$	**2p**