

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică M\_tehnologic**

**Varianta 7**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Pentru  $a = 3$  arătați că  $\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = \frac{5}{6}$ .
- 5p** 2. Determinați abscisa punctului de intersecție a graficelor funcțiilor  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 3$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x + 1$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x^2 + 5} = 3$ .
- 5p** 4. Prețul unei imprimante este 120 de lei. Determinați prețul imprimantei după o scumpire cu 10%.
- 5p** 5. În sistemul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2,2)$ ,  $B(2,5)$  și  $C(6,5)$ . Determinați perimetrul triunghiului  $ABC$ .
- 5p** 6. Calculați  $\cos A$  știind că  $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$  și unghiul  $A$  este ascuțit.

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} b & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ , unde  $b$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det A = -2$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $b$  pentru care  $A + B = AB + C$ .
- 5p** c) Arătați că  $\det(B + 2C) = \det B - \det A$  pentru orice număr real  $b$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 - 4X^2 + X + 2$ .
- 5p** a) Arătați că  $f(1) = 0$ .
- 5p** b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului  $f$  prin  $X - 1$ .
- 5p** c) Arătați că  $(x_1 + x_2 + x_3) \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) = -2$  știind că  $x_1, x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - \ln x$ .
- 5p** a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$ .
- 5p** b) Arătați că  $f'(x) = 2x - \frac{1}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** c) Arătați că funcția  $f$  este convexă pe intervalul  $(0, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ .
- 5p** b) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$ .
- 5p** c) Arătați că orice primitivă a funcției  $f$  este funcție crescătoare pe intervalul  $(-1, +\infty)$ .

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Barem de evaluare și de notare**

**Varianta 7**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

|    |  |          |
|----|--|----------|
| 1. | $\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} =$<br>$= \frac{9-4}{6} = \frac{5}{6}$     | 2p<br>3p |
| 2. | $2x - 3 = x + 1$<br>$x = 4$  | 3p<br>2p |
| 3. | $x^2 + 5 = 9$<br>$x_1 = -2 \text{ și } x_2 = 2, \text{ care verifică ecuația}$                   | 2p<br>3p |
| 4. | $\frac{10}{100} \cdot 120 = 12$<br>După scumpire prețul imprimantei este $120 + 12 = 132$ de lei | 3p<br>2p |
| 5. | $AB = 3, BC = 4 \text{ și } AC = 5$<br>$P_{\Delta ABC} = 3 + 4 + 5 = 12$                         | 3p<br>2p |
| 6. | $\cos A = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} =$<br>$= \frac{1}{2}$   | 3p<br>2p |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

|      |   |          |
|------|---|----------|
| 1.a) | $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$<br>$= 1 \cdot 0 - 1 \cdot 2 = -2$   | 2p<br>3p |
| b)   | $A + B = \begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, AB = \begin{pmatrix} b & b+2 \\ b & b \end{pmatrix}, AB + C = \begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ b & b \end{pmatrix}$<br>$\begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ b & b \end{pmatrix} \Leftrightarrow b = 1$ | 3p<br>2p |
| c)   | $\det(B + 2C) = \begin{vmatrix} b+2 & b \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = b + 2$<br>$\det B = b \Rightarrow \det B - \det A = b + 2 \Rightarrow \det(B + 2C) = \det B - \det A \text{ pentru orice număr real } b$   | 3p<br>2p |
| 2.a) | $f(1) = 1^3 - 4 \cdot 1^2 + 1 + 2 =$<br>$= 1 - 4 + 3 = 0$   | 3p<br>2p |
| b)   | Câtul este $X^2 - 3X - 2$<br>Restul este 0  | 3p<br>2p |
| c)   | $x_1 + x_2 + x_3 = 4, x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 1, x_1x_2x_3 = -2$<br>$(x_1 + x_2 + x_3) \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) = \frac{(x_1 + x_2 + x_3)(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3)}{x_1x_2x_3} = -2$  | 3p<br>2p |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

|             |   |                        |
|-------------|---|------------------------|
| <b>1.a)</b> | $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - \ln x) =$ $= 1^2 - \ln 1 = 1$  | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>b)</b>   | $f'(x) = (x^2 - \ln x)' =$ $= (x^2)' - (\ln x)' = 2x - \frac{1}{x}, \quad x \in (0, +\infty)$   | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>c)</b>   | $f''(x) = (2x)' - \left(\frac{1}{x}\right)' =$ $= 2 + \frac{1}{x^2} > 0 \text{ pentru orice } x \in (0, +\infty), \text{ deci funcția } f \text{ este convexă pe intervalul } (0, +\infty)$                                   | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>2.a)</b> | $\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1 =$ $= \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$   | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>b)</b>   | $\mathcal{A} = \int_0^1 \left  \frac{x^2}{x+1} \right  dx = \int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx = \int_0^1 \left( x - 1 + \frac{1}{x+1} \right) dx =$ $= \left( \frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1) \right) \Big _0^1 = \ln 2 - \frac{1}{2}$ | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>c)</b>   | $F \text{ este o primitivă a funcției } f \Rightarrow F'(x) = f(x)$ $F'(x) = \frac{x^2}{x+1} \geq 0 \text{ pentru orice } x \in (-1, +\infty), \text{ deci funcția } F \text{ este crescătoare pe } (-1, +\infty)$            | <b>2p</b><br><b>3p</b> |