

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică M_tehnologic

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $5(2 + \sqrt{3}) - 5\sqrt{3} = 10$.
- 5p** 2. Determinați numărul real a știind că $f(1) = a$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2x + 1) = \log_2 5$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 10.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$ și $B(3,5)$. Calculați distanța de la punctul A la punctul B .
- 5p** 6. Arătați că $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ = \frac{3}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ și $C = \begin{pmatrix} 3 & x \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p** b) Determinați numărul real x știind că $B + C = A$.
- 5p** c) Arătați că $B \cdot B + B = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$.
- 5p** a) Arătați că $0 \circ (-4) = -4$.
- 5p** b) Arătați că $x \circ y = (x + 4)(y + 4) - 4$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = 12$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x - \frac{1}{x}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{x+1}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{3}{4}$.
- 5p** c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 1$, situat pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x$ și $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - 1$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 e^x dx = e - 1$.
- 5p** b) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f .
- 5p** c) Calculați $\int_0^1 F(x) dx$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_tehnologic*
Barem de evaluare și de notare

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$5(2 + \sqrt{3}) = 10 + 5\sqrt{3}$ $5(2 + \sqrt{3}) - 5\sqrt{3} = 10 + 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 10$	3p 2p
2.	$f(1) = a \Rightarrow 1 + 3 = a$ $a = 4$	3p 2p
3.	$2x + 1 = 5$ $x = 2$ care verifică ecuația	3p 2p
4.	Sunt 9 numere de două cifre care sunt divizibile cu 10, deci sunt 9 cazuri favorabile Sunt 90 de numere de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$	2p 1p 2p
5.	$AB = \sqrt{(2-3)^2 + (5-5)^2}$ $AB = 1$	3p 2p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$ $= 4 \cdot 2 - 1 \cdot 8 = 0$	2p 3p
b)	$B + C = \begin{pmatrix} 4 & 2+x \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 & 2+x \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow x = 6$	3p 2p
c)	$B \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $B \cdot B + B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	3p 2p
2.a)	$0 \circ (-4) = 0 \cdot (-4) + 4 \cdot 0 + 4 \cdot (-4) + 12 =$ $= -16 + 12 = -4$	3p 2p
b)	$x \circ y = xy + 4x + 4y + 16 - 4 =$ $= x(y + 4) + 4(y + 4) - 4 = (x + 4)(y + 4) - 4$ pentru orice numere reale x și y	2p 3p

c)	$(x+4)^2 - 4 = 12$	2p
	$x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x_1 = -8$ și $x_2 = 0$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{1}{x} - \left(-\frac{1}{x^2}\right) =$	3p
	$= \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{x+1}{x^2}, x \in (0, +\infty)$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) =$	3p
	$= \frac{2+1}{2^2} = \frac{3}{4}$	2p
c)	$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$	2p
	$f(1) = -1, f'(1) = 2$, deci ecuația tangentei este $y = 2x - 3$	3p
2.a)	$\int_0^1 e^x dx = e^x \Big _0^1 =$	3p
	$= e^1 - e^0 = e - 1$	2p
b)	$F'(x) = \left(e^x - \frac{x^2}{2} - 1\right)' = e^x - x =$	3p
	$= f(x)$ pentru orice număr real x , deci F este o primitivă a funcției f	2p
c)	$\int_0^1 F(x) dx = \int_0^1 \left(e^x - \frac{x^2}{2} - 1\right) dx = \int_0^1 e^x dx - \int_0^1 \frac{x^2}{2} dx - \int_0^1 dx =$	2p
	$= e^x \Big _0^1 - \frac{x^3}{6} \Big _0^1 - x \Big _0^1 = e - 1 - \frac{1}{6} - 1 = e - \frac{13}{6}$	3p