

Examenul de bacalaureat 2011
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

I THEMA

(30 Punkte)

- 5p** 1. Berechne den Quotienten der geometrischen Folge mit positiven Gliedern $(b_n)_{n \geq 1}$, wenn $b_1 + b_2 = 6$ und $b_3 + b_4 = 24$.
- 5p** 2. Bestimme $a \in \mathbb{R}$ so, dass die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1-a^2)x + 4$ konstant ist.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Ungleichung $\left(\frac{3}{2}\right)^x < \left(\frac{2}{3}\right)^x$.
- 5p** 4. Bestimme die Anzahl der rationalen Glieder der Entwicklung $(1+\sqrt{2})^{10}$.
- 5p** 5. Berechne den Abstand vom Punkt $A(2,2)$ zu der Geraden, die von den Punkten $B(1,0)$ und $C(0,1)$ bestimmt wird.
- 5p** 6. Im Dreieck ABC ist das Maß des Winkels A 60° , $AB = 4$ und $AC = 5$. Berechne $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$.

II THEMA

(30 Punkte)

1. Es sei die Menge $H = \{ A \in M_2(\mathbb{R}) \mid A^2 = A \}$.
- 5p** a) Zeige, dass $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in H$.
- 5p** b) Beweise, dass: wenn $A \in H$, dann $A^n \in H$, für alle natürlichen von Null verschiedenen Zahlen n .
- 5p** c) Zeige, dass die Menge H unendlich ist.
2. Es sei das Polynom $f = (X+i)^{10} + (X-i)^{10}$, mit der algebraischen Form $f = a_{10}X^{10} + a_9X^9 + \dots + a_1X + a_0$, wobei $a_0, a_1, \dots, a_{10} \in \mathbb{C}$.
- 5p** a) Bestimme den Rest der Division des Polynoms f durch $X-i$.
- 5p** b) Zeige, dass alle Koeffizienten des Polynoms f reelle Zahlen sind.
- 5p** c) Zeige, dass alle Wurzeln des Polynoms f reelle Zahlen sind.

III THEMA

(30 Punkte)

1. Es sei die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^5 - 5x + 4$.
- 5p** a) Berechne $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- 5p** b) Zeige, dass der Graf der Funktion f einen Inflektionspunkt hat.
- 5p** c) Zeige, dass die Gleichung $f(x) = m$ genau drei reelle verschiedene Lösungen hat, für jedes $m \in (0, 8)$.
2. Es sei die Funktion $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = e^{-x}$.
- 5p** a) Berechne $\int_0^1 g(x) dx$.

5p b) Berechne $\int_0^1 x^5 g(x^3) dx$.

5p c) Beweise, dass die Folge $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_1^n g(x^3) dx$ konvergent ist.