EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

***Varianta ….*082**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se dau punctele $A\left(-\frac{1}{2},0\right)$, $B\left(\frac{1}{2},0\right)$ și $C(0,a)$, cu $a\in\mathbf{R}$.

(4p) **a)** Să se calculeze distanța dintre punctele A si B.

(4p) **b)** Să se determine a , astfel încât punctele A, B și C să fie coliniare.

(4p) **c)** Să se arate că pentru $a\neq 0$, triunghiul ABC este isoscel.

(4p) **d)** Să se arate că pentru $a=\frac{\sqrt{3}}{2}$ triunghiul ABC este echilateral.

(2p) **e)** Să se determine aria triunghiului ABC, pentru $a=1$.

(2p) **f)** Să se calculeze conjugatul numărului complex $(1+i)(1-3i)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix}1 & 0 & 1\\ 2 & 1 & 2\\ 3 & 0 & 3\end{vmatrix}$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element din mulțimea $\{1,2,3,...,10\}$ să fie număr par.

(3p) **c)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $16^x-2=0$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\log_2 5^3\cdot\log_5 2$.

(3p) **e)** Să se calculeze $C_5^5-C_5^4$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\setminus\{-1,-2\}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2+3x+2}$.

(3p) **a)** Să se arate că $f(x)-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}=0$.

(3p) **b)** Să se calculeze $f'(x), x\in\mathbf{R}\setminus\{-1,-2\}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_2^3 f(x)dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}x^2f(x)$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $G=\{A\in M_2(\mathbf{Z})\mid A^2=I_2\}$,

unde $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și matricele $P=\begin{pmatrix}1&8\\0&-1\end{pmatrix}$ și $Q=\begin{pmatrix}1&0\\-1&-1\end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $I_2\in G$.

(4p) **b)** Să se arate că $P\in G$ și $Q\in G$.

(4p) **c)** Să se calculeze $P\cdot Q$.

(2p) **d)** Să se arate că $P\cdot Q\notin G$.

(2p) **e)** Să se arate că dacă $A_n=\begin{pmatrix}1&n\\0&-1\end{pmatrix}$, $n\in\mathbf{Z}$, atunci $A_n\in G$, $\forall n\in\mathbf{Z}$.

(2p) **f)** Să se demonstreze că mulțimea G este infinită .

(2p) **g)** Să se determine toate matricele $A\in G$ care verifică relația $\det(A)=1$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2-x+1$ și șirul $(a_n)_{n\geq 2}$,

$$a_n=\frac{2^3-1}{2^3+1}\cdot\frac{3^3-1}{3^3+1}\cdot\ldots\cdot\frac{n^3-1}{n^3+1}\ .$$

(4p) **a)** Să se verifice că $f(x+1)=x^2+x+1$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se arate că $\frac{x^3-1}{x^3+1}=\frac{x-1}{x+1}\cdot\frac{f(x+1)}{f(x)}$, $\forall x>0$.

(4p) **c)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se arate că $f(x)\geq\frac{3}{4}$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se arate că $a_n=\frac{2(n^2+n+1)}{3n(n+1)}$, $\forall n\in\mathbf{N}$, $n\geq 2$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}a_n$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\int_0^n f(x)dx}{n^3}$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro

Varianta 82

SUBIECTUL I

a) $AB = 1$.

b) $a = 0$

c) $AC = \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}},\ BC = \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}} \Rightarrow$ Triunghiul ABC este isoscel.

d) $AC = BC = AB = 1 \Rightarrow$ Triunghiul ABC este echilateral.

e) $S = \frac{1}{2}$.

f) $\bar{z} = 4 + 2i$.

SUBIECTUL II

1.

a) Valoarea determinantului este zero.

b) $p = \frac{1}{2}$.

c) $x = \frac{1}{4}$.

d) $\log_2 5^3 \cdot \log_5 2 = 3$.

e) $C_5^5 - C_5^4 = -4$.

2.

a) Calcul direct.

b) $f'(x) = \frac{-2x-3}{\left(x^2+3x+2\right)^2}$.

c) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = -\frac{7}{144}$.

d) $\int_2^3 f(x)dx = \ln\frac{16}{15}$.

e) $\lim\limits_{x\to\infty} x^2 f(x) = 1$.

SUBIECTUL III

a) $I_2^2 = I_2 \Rightarrow I_2 \in G$.

b) $P^2 = I_2$ şi $Q^2 = I_2 \Rightarrow P \in G$ şi $Q \in G$.

c) $P \cdot Q = \begin{pmatrix} -7 & -8 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro

d) $(P\cdot Q)^2=\begin{pmatrix}41 & 48\\ -6 & -7\end{pmatrix}\neq I_2\Rightarrow P\cdot Q\notin G$.

e) Deoarece $A_n^2=I_2,\forall n\in\mathbf{N}\Rightarrow A_n\in G,\ \forall n\in\mathbf{N}$.

f) Din **e)** $\Rightarrow A_n\in G,\ \forall n\in\mathbf{N}$ şi $A_n\neq A_m$, pentru $n\neq m\Rightarrow$ G este infinită.

g) Ştim că orice matrice de ordinul doi, $A=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$ satisface relaţia:

$A^2-(a+d)A+\det(A)\cdot I_2=O_2\Rightarrow(a+d)A=2I_2\Rightarrow a=d=1$ sau
$a=d=-1\Rightarrow A=I_2$ sau $A=-I_2$.

SUBIECTUL IV

a) $f(x+1)=x^2+x+1\ \forall x\in\mathbf{R}$.

b) Calcul direct.

c) $f'(x)=2x-1$.

d) $f(x)\geq\frac{3}{4}\Leftrightarrow x^2-x+1\geq\frac{3}{4}\Leftrightarrow(2x-1)^2\geq 0$ .Evident.

e) $a_n\overset{b}{=}\frac{1}{3}\cdot\frac{f(3)}{f(2)}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{f(4)}{f(3)}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{f(5)}{f(4)}\cdot\ldots\cdot\frac{n-1}{n+1}\cdot\frac{f(n+1)}{f(n)}=\frac{2f(n+1)}{f(2)n(n+1)}=\frac{2(n^2+n+1)}{3n(n+1)}$

f) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^2+2n+2}{3n^2+3n}=\frac{2}{3}$.

g) Deoarece: $\int_0^n f(x)dx=\int_0^n x^2dx-\int_0^n xdx+\int_0^n dx=\frac{n^3}{3}-\frac{n^2}{2}+n$,

limita cerută devine: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^3-3n^2+6n}{6n^3}=\frac{1}{3}$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro