

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**
**PROBA D/F**
***Varianta ....074***

**Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările**

**Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale**

**NOTĂ.**Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări complete**

**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul  $C(-1,1)$  la punctul  $D(3,5)$ .
- (4p) b) Să se calculeze valoarea numerică a expresiei  $E = 2 \sin 30^\circ + 5 \cos 45^\circ$ .
- (4p) c) Să se verifice dacă punctul  $E(1,-1)$  este situat pe dreapta de ecuație  $2x + 2y = 0$ .
- (4p) d) Se consideră punctele  $A(-1,1), B(3,5)$ . Să se determine coordonatele mijlocului segmentului  $(AB)$ .
- (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului  $MNP$ , dacă  $M(4,1)$ ,  $N(-1,5)$  și  $P(2,3)$ .
- (2p) f) Să se determine  $x, y \in \mathbb{R}$  din egalitatea de numere complexe  $3+x+2i=4+(7+5y)i$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**

**1.**

- (3p) a) Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compozиție " $\circ$ ", definită prin  $x \circ y = x + y + 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$ . Să se determine elementul neutru al legii " $\circ$ ".
- (3p) b) Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 6x + 5$ . Să se determine punctele de intersecție ale graficului funcției  $f$  cu axa  $Ox$ .
- (3p) c) Să se calculeze suma soluțiilor reale ale ecuației  $16^{x^2-1} = 32$ .
- (3p) d) Să se determine termenul al doilea din dezvoltarea  $(2+3\sqrt{2})^{10}$ .
- (3p) e) Să se determine probabilitatea de a obține o față cu număr par, la aruncarea unui zar.

**2.** Se consideră funcția  $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{5x-1}{x}$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}^*$ .
- (3p) b) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției  $f$ .
- (3p) c) Să se calculeze  $f'(-1)$ .
- (3p) d) Să se determine ecuația asimptotei la graficul funcției  $f$ , către  $+\infty$ .

- (3p) e) Să se calculeze  $\int_1^2 f(x)dx$ .

**Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările**

**Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție "◦" prin

$$x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2, \forall x, y \in \mathbf{R}.$$

- (4p) a) Să se verifice că  $x \circ y = 3(x+1)(y+1)-1, \forall x, y \in \mathbf{R}$
- (4p) b) Să se arate că  $x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z, \forall x, y, z \in \mathbf{R}$ .
- (4p) c) Să se verifice că  $x \circ (-1) = -1, \forall x \in \mathbf{R}$ .
- (2p) d) Să se determine elementul  $e \in \mathbf{R}$ , care verifică relația  $x \circ e = x, \forall x \in \mathbf{R}$ .
- (2p) e) Să se determine elementele simetrizabile în raport cu legea "◦".
- (2p) f) Să se arate că, dacă  $x \circ y = -1$ , atunci  $x = -1$  sau  $y = -1$ .
- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că

$$a_1 \circ a_2 \circ \dots \circ a_n = 3^{n-1}(a_1+1)(a_2+1)\dots(a_n+1)-1, \forall n \in \mathbf{N}^* \text{ și } \forall a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbf{R}.$$

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcțiile  $f : [2, \infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \sqrt{x-2}$ ,  $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, g(x) = x-1$  și

$$h : (2, \infty) \rightarrow \mathbf{R}, h(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x-2}}.$$

- (4p) a) Să se calculeze  $f'(x), x \in (2, \infty)$ .
- (4p) b) Să se calculeze  $\int g(x)dx, x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6}$ .
- (2p) d) Să se rezolve ecuația  $h'(x) = 0, \forall x \in (2, \infty)$ .
- (2p) e) Să se arate că  $h$  este crescătoare pe  $(3, \infty)$ .
- (2p) f) Să se arate că  $g(x) \geq 2f(x), \forall x \in (2, \infty)$ .
- (2p) g) Să se determine aria suprafeței plane mărginite de graficul funcției  $g$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x=3$  și  $x=4$ .

### Varianta 74

#### SUBIECTUL I

- a)  $CD = 4\sqrt{2}$ .
- b)  $E = 1 + \frac{5\sqrt{2}}{2}$ .
- c)  $E(1, -1)$  nu aparține dreptei.
- d) Punctul M este mijlocul segmentului  $(AB) \Rightarrow M(1, 3)$ .
- e)  $S_{MNP} = 1$ .
- f)  $x = 1$  și  $y = -1$ .

#### SUBIECTUL II

**1.**

- a)  $e = -3$ .
- b)  $G_f \cap Ox = \{A(1, 0), B(5, 0)\}$ .
- c)  $x_1 + x_2 = 0$ .
- d)  $T_2 = C_{10}^1 2^9 (3\sqrt{2})$ .
- e)  $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ .

**2.**

- a)  $f'(x) = \frac{1}{x^2}$ .
- b)  $x = 0$  este asimptotă verticală bilaterală.
- c)  $f'(-1) = 1$ .
- d)  $y = 5$  este asimptotă orizontală spre  $+\infty$ .
- e)  $\int_1^2 f(x) dx = 5 - \ln 2$ .

#### SUBIECTUL III

- a) Calcul direct.
- b)  $(x \circ y) \circ z \stackrel{a)}{=} (3(x+1)(y+1)-1) \circ z \stackrel{a)}{=} 9(x+1)(y+1)(z+1)-1$   
 $x \circ (y \circ z) = x \circ (3(y+1)(z+1)-1) = 9(x+1)(y+1)(z+1)-1 \Rightarrow$   
 $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \forall x, y, z \in \mathbf{R}$ .
- c)  $x \circ (-1) \stackrel{a)}{=} 3(x+1)(-1+1)-1 = -1 \forall x \in \mathbf{R}$ .

- d)  $x \circ e = x \Leftrightarrow 3(x+1)(e+1) - 1 = x \Leftrightarrow e = -\frac{2}{3}.$
- e)  $x \in \mathbf{R}$  este simetrizabil  $\Leftrightarrow \exists x' \in \mathbf{R}$  astfel încât:  $x \circ x' = x' \circ x = e \Leftrightarrow 3(x+1)(x'+1) - 1 = 3(x'+1)(x+1) - 1 = -\frac{2}{3}$ . Pentru  $x \neq -1 \Rightarrow x' = \frac{1}{9(x+1)} - 1 \in \mathbf{R}$   
 $\Rightarrow U(\mathbf{R}, \circ) = \mathbf{R} \setminus \{-1\}.$
- f)  $x \circ y = -1 \stackrel{a)}{\Rightarrow} 3(x+1)(y+1) = 0 \Rightarrow x = -1$  sau  $y = -1$ .
- g) Pentru  $n=1$  relația este adevărată .  
 Presupunem relația adevărată pentru  $k \in \mathbf{N}^*$  și demonstrăm pentru  $k+1$ .  
 $a_1 \circ a_2 \circ \dots \circ a_{k+1} = (a_1 \circ a_2 \circ \dots \circ a_k) \circ a_{k+1} = [3^{k-1}(a_1+1)(a_2+1)\dots(a_k+1)-1] \circ a_{k+1} = 3^k(a_1+1)(a_2+1)\dots(a_{k+1}+1)-1$ . De unde  $P(n)$  este (A),  $\forall n \in \mathbf{N}^*$ .

#### SUBIECTUL IV

- a)  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-2}}, x \in (2, \infty).$
- b)  $\int g(x)dx = \frac{x^2}{2} - x + C.$
- c)  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = \frac{1}{4}.$
- d)  $h'(x) = \frac{\sqrt{x-2} - \frac{x-1}{2\sqrt{x-2}}}{x-2} = \frac{x-3}{2\sqrt{x-2}(x-2)}$ .  $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$ .
- e)  $h'(x) > 0, \forall x > 3 \Rightarrow h$  este strict crescătoare pe  $(3, \infty)$ .
- f)  $g(x) \geq 2f(x) \Leftrightarrow x-1 \geq 2\sqrt{x-2} \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 4(x-2) \Leftrightarrow (x-3)^2 \geq 0.$
- g)  $S_f = \int_3^4 g(x)dx = \left. \frac{x^2}{2} - x \right|_3^4 = \frac{5}{2}.$