

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta056

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(1,-2)$ și $B(4,2)$.
- (4p) b) Să se calculeze lungimea diagonalei unui patrat care are aria egală cu 49 .
- (4p) c) Să se calculeze $\sin 5\pi + \cos 5\pi$.
- (4p) d) Să se determine numărul complex z pentru care $z \cdot (1-i) = 2$.
- (2p) e) Să se determine o dreaptă paralelă cu dreapta de ecuație $y = 3$.
- (2p) f) Să se determine un număr real x pentru care $\cos x = \cos^2 x$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $C_4^3 - 3!$.
- (3p) b) Să se determine numărul real a astfel încât $\begin{vmatrix} a & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 6$.
- (3p) c) Să se determine numărul natural x , știind că numerele 3,x,15 sunt , în această ordine,în progresie aritmetică .
- (3p) d) Să se determine numărul strict pozitiv x pentru care $\log_4 x = 3$.
- (3p) e) Să se determine funcția de gradul întâi $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ pentru care $f(1) = 3$ și $f(3) = 1$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sin x + \cos x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^{\pi} (f(x) - \cos x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ și polinoamele $f = X^2 - 4X + 3$, $g = X^2 - 3X + 2$

- (4p) a) Să se calculeze A^2 .
- (4p) b) Să se calculeze determinantul matricei $B = A + A^2 + A^3 + A^4$.
- (4p) c) Să se determine matricea $f(A)$, unde $f(A) = A^2 - 4 \cdot A + 3 \cdot I_2$.
- (2p) d) Să se afle rădăcinile polinomului f .
- (2p) e) Să se arate că ecuațiile $f(x) = 0$ și $g(x) = 0$ au o soluție comună.
- (2p) f) Să se determine numărul real t pentru care $f(2^t) = 0$ și $g(2^t) = 0$.
- (2p) g) Să se dea un exemplu de polinom h , de gradul al treilea, care împărțit la polinomul g să dea restul $X + 1$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

- (4p) a) Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- (4p) b) Să se arate că $f(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$, $\forall x \in [0, \infty)$.
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in [0, \infty)$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este crescătoare pe intervalul $[0, \infty)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x^2) dx$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(n))^n$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(2) \cdot f(3) \cdot \dots \cdot f(n))$

Varianta 056

SUBIECTUL I

- a) 5.
- b) $7\sqrt{2}$.
- c) -1.
- d) $1+i$.
- e) $y = 5$.
- f) 0.

SUBIECTUL II

- 1.
- a) -2 .
- b) 2 .
- c) 9 .
- d) 64 .
- e) $f(x) = -x + 4$.
- 2.
- a) $\sqrt{2}$.
- b) $\cos x - \sin x$.
- c) 1
- d) 2 .
- e) 1.

SUBIECTUL III

a) $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$.

b) $B = A + A^2 + A^3 + A^4 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 120 \end{pmatrix}$.

$\det B = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 120 \end{vmatrix} = 480$.

c) $f(A) = A^2 - 4A + 3I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$.

d) Din $x^2 - 4x + 3 = 0$ obținem $x_1 = 1, x_2 = 3$.

e) Din $x^2 - 3x + 2 = 0$ obținem $x_1 = 1, x_2 = 2$.

Deci ecuațiile $f(x) = 0$ și $g(x) = 0$ au o soluție comună $x = 1$.

f) Ecuațiile $f(x) = 0$ și $g(x) = 0$ au o soluție comună $x = 1$.

Obținem $2^t = 1$, sau $t = 0$.

g) Fie $h = aX^3 + bX^2 + cX + d, a, b, c, d \in \mathbf{R}, a \neq 0$.

$$aX^3 + bX^2 + cX + d = (X^2 - 3X + 2)(mX + n) + X + 1, m, n \in \mathbf{R}$$

Obținem $a + b + c + d = 2$ și $8a + 4b + 2c + d = 3$.

Alegem $a = 1, b = 0, c = -6$.

Atunci $d = 7$.

Un exemplu de polinom h , de gradul al treilea, care împărțit la polinomul g

să dea restul $X + 1$ este $h = X^3 - 6x + 7$.

SUBIECTUL IV

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$. Atunci $y = 1$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f .

$$\mathbf{b)} \quad f(x) = \frac{x-1}{x+1} = \frac{x+1-2}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}.$$

$$\mathbf{c)} \quad f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}.$$

d) Cum $f'(x) > 0, \forall x \in [0, \infty)$, atunci funcția f este crescătoare pe intervalul $[0, \infty)$

$$\mathbf{e)} \quad \int_0^1 f(x^2) dx = \int_0^1 \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx = \int_0^1 \left(1 - \frac{2}{x^2 + 1}\right) dx = 1 - 2(\arctg 1 - \arctg 0) = 1 - \frac{\pi}{2}.$$

$$\mathbf{f)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (f(n))^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{n+1}\right)^n = e^{-2} = \frac{1}{e^2}.$$

$$\mathbf{g)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (f(2) \cdot f(3) \cdots f(n)) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n(n+1)} = 0.$$