EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta **….040**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze distanța dintre punctele $A(-1,0)$ și $B(0,2)$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\sin 60° + \sin 30°$.

(4p) **c)** Să se calculeze aria triunghiului ABC în care $AB = 4$, $BC = 6$ și $m\left(A\hat{B}C\right) = 60°$.

(4p) **d)** Să se calculeze aria totală a unui cub care are volumul egal cu 27.

(2p) **e)** Să se verifice dacă dreptele de ecuații $x + y + 1 = 0$ și $3x + 3y + 4 = 0$ sunt paralele.

(2p) **f)** Să se calculeze $\cos\left(B\hat{A}C\right)$, dacă în triunghiul ABC avem $AB = 3$, $AC = 2$ și $BC = \sqrt{7}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $|x+1| = 2$.

(3p) **b)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\log_2\left(4x^2+1\right) = \log_2 4$.

(3p) **c)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{0,1,2,3\}$ să verifice relația $2^n \in \{0,1,2,3\}$.

(3p) **d)** Să se determine $a \in \mathbf{R}$ astfel încât valoarea minimă a funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + 4x + a$ să fie egală cu 4.

(3p) **e)** Să se determine elementul neutru al legii de compoziție definite pe $[5,\infty)$ prin relația $x * y = \sqrt{x^2 + y^2 - 25}$.

2. Se consideră funcția $f:(-2,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x) = \dfrac{x+3}{x+2}$.

(3p) **a)** Să se verifice că $f(x) = 1 + \dfrac{1}{x+2}$, $x \in (-2,+\infty)$.

(3p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (-2,+\infty)$

(3p) **c)** Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(-2,+\infty)$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} f(n)$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 1 & 2\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}2 & 2\\ -1 & -1\end{pmatrix}$ și mulțimea

$M=\{C(x)=xA+B,\ x\in \mathbf{R}\}$

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei *A*.

(4p) **b)** Să se calculeze matricele A^2 *și* B^2.

(4p) **c)** Să se arate că $A\cdot B=B\cdot A$.

(2p) **d)** Să se arate că $C(x)\cdot C(y)=C(y)\cdot C(x)$, oricare ar fi matricele *C(x), C(y)* $\in$ *M*.

(2p) **e)** Să se calculeze determinantul matricei $C(x)$, $x\in \mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se calculeze matricea $(C(x))^2$, $x\in \mathbf{R}$.

(2p) **g)** Utilizând metoda inducției matematice , să se arate că $C^n(x)=C(x^n),\ \forall n\in \mathbf{N}^*,\ \forall x\in \mathbf{R}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f_n:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f_n(x)=x(1+x)^n$, $n\in \mathbf{N}^*$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f_n'(x), n\in \mathbf{N}^*$ și $x\in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se rezolve ecuația $f_2'(x)=0$, $x\in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că funcția $f_2(x)$ are un punct de minim local și un punct de maxim local.

(2p) **d)** Să se arate că $f_n(x)\le f_{n+1}(x),\ x\in[0,1],\ n\in \mathbf{N}^*$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1 f_n(x)dx$, $n\in \mathbf{N}^*$.

(2p) **f)** Să se arate că $f_n(x)=C_n^0x+C_n^1x^2+C_n^2x^3+...+C_n^nx^{n+1},\ \forall x\in \mathbf{R},\ \forall n\in \mathbf{N}^*$.

(2p) **g)** Să se arate că $\frac{C_n^0}{2}+\frac{C_n^1}{3}+\cdots+\frac{C_n^n}{n+2}=\frac{n\cdot 2^{n+1}+1}{(n+1)(n+2)}$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro

Varianata 40

Subiectul I

a) $AB = \sqrt{5}$.

b) $\sin 60^\circ + \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

c) $S_{ABC} = 6\sqrt{3}$.

d) $A_t = 54$.

e) $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \neq \frac{1}{4} \Rightarrow$ dreptele sunt paralele.

f) $\cos A = \frac{1}{2}$.

Subiectul II

1.

a) $x_1 = 1, x_2 = -3$.

b) $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$.

c) $p = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

d) $a = 8$.

e) $e = 5$.

2.

a) $f(x) = 1 + \frac{1}{x+2}, \forall x \in (-2, \infty)$.

b) $f'(x) = \frac{-1}{(x+2)^2}, \forall x > -2$.

c) $f'(x) < 0, \forall x > -2 \Rightarrow$ funcția f este descrescătoare pe intervalul $(-2, \infty)$.

d) $\int_0^1 f(x)dx = 1 + \ln\frac{3}{2}$.

e) $\lim_{n\to\infty} f(n) = 1$.

Subiectul III

a) $\det A = 0$.

b) $A^2 = A$, $B^2 = B$.

c) $A \cdot B = B \cdot A = O_2$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro

d) $C(x)\cdot C(y)=(xA+B)\cdot(yA+B)=xyA+B=C(xy)=C(yx)=C(y)\cdot C(x)$.

e) $C(x)=xA+B=\begin{pmatrix}-x+2 & -2x+2\\ x-1 & 2x-1\end{pmatrix}\Rightarrow \det C(x)=x$.

f) $(C(x))^2=C(x)\cdot C(x)=C(x\cdot x)=C(x^2)$.

g) Vom demonstra prin inducție că $C^n(x)=C(x^n), \forall n\in \mathbf{N}^*; \forall x\in \mathbf{R}$.

Pentru $n=1$ avem $C^1(x)=C(x^1)\Rightarrow C(x)=C(x)$ -adevărat.

Presupunem adevărat pentru $n=k$ deci $C^k(x)=C(x^k), k\in \mathbf{N}^*$ şi vom demonstra că $C^{k+1}(x)=C(x^{k+1})$.

Dar $C^{k+1}(x)=C^k(x)\cdot C(x)=C(x^k\cdot x)=C(x^{k+1})$. Folosind metoda inducției matematice rezultă că $C^n(x)=C(x^n), \forall n\in \mathbf{N}^*; \forall x\in \mathbf{R}$.

Subiectul IV

a) $f_n'(x)=(1+x)^n+x\cdot n(1+x)^{n-1}=(1+x)^{n-1}(1+x+nx)$.

b) $f_2'(x)=0\Leftrightarrow (1+x)(1+x+2x)=0\Leftrightarrow x_1=-1,\ x_2=-\frac{1}{3}$.

c) Din tabelul de variație rezultă $x=-1$ punct de maxim local şi $x=-\frac{1}{3}$ punct de minim local.

d) $x\in[0,1]\Rightarrow 1\le 1+x\le 2\Rightarrow (1+x)^n\le (1+x)^{n+1}\Rightarrow f_n(x)\le f_{n+1}(x); x\in[0,1]; n\in \mathbf{N}^*$.

e) $\int_0^1 x(1+x)^n\,dx=\int_0^1 (1+x)^{n+1}dx-\int (1+x)^n\,dx=\left.\frac{(x+1)^{n+2}}{n+2}\right|_0^1-\left.\frac{(x+1)^{n+1}}{n+1}\right|_0^1=$

$\frac{2^{n+2}}{n+2}-\frac{1}{n+2}-\frac{2^{n+1}}{n+1}+\frac{1}{n+1}=\frac{n\cdot 2^{n+1}-1}{(n+1)(n+2)}$.

f) $f_n(x)=x(C_n^0+C_n^1x+\ldots+C_n^nx^n)=C_n^0x+C_n^1x^2+\ldots+C_n^nx^{n+1}$.

g) $\int_0^1 x(1+x)^n\,dx=\int_0^1 (C_n^0x+C_n^1x^2+\ldots+C_n^nx^{n+1})dx=$

$=\left.\left(C_n^0\frac{x^2}{2}+C_n^1\frac{x^3}{3}+\ldots+C_n^n\frac{x^{n+2}}{n+2}\right)\right|_0^1=\frac{C_n^0}{2}+\frac{C_n^1}{3}+\ldots+\frac{C_n^n}{n+2}$. **(1)**

Din punctul **e)** avem $\int_0^1 x(1+x)^n\,dx=\frac{n\cdot 2^{n+1}+1}{(n+1)(n+2)}$. **(2)**

Din **(1)** şi **(2)** rezultă $\frac{C_n^0}{2}+\frac{C_n^1}{3}+\ldots+\frac{C_n^n}{n+2}=\frac{n\cdot 2^{n+1}+1}{(n+1)(n+2)}$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro