EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ….**031**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian *xoy* se dau punctele $A(2,1)$, $B(-2,1)$ și $C(0,4)$.

(4p) **a)** Să se arate că punctele *A,B,C* sunt necoliniare.

(4p) **b)** Să se arate că triunghiul *ABC* este isoscel.

(4p) **c)** Să se determine coordonatele mijlocului segmentului $[AB]$.

(4p) **d)** Să se calculeze lungimea medianei din *C* a triunghiului *ABC*.

(2p) **e)** Să se calculeze aria triunghiului *ABC*.

(2p) **f)** Să se calculeze conjugatul numărului complex $3+5i$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se arate că restul împărțirii polinomului X^5-1 la polinomul $X-1$ este egal cu 0.

(3p) **b)** Să se determine $x>0$, $x\neq 1$, astfel încât $\log_x 4=2$.

(3p) **c)** Să se calculeze A_4^2.

(3p) **d)** Să se calculeze B^2, dacă $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$.

(3p) **e)** Să se determine $x\in\mathbf{R}$, dacă $\begin{vmatrix}x & 1\\ 1 & x\end{vmatrix}=0$.

2.

(3p) **a)** Să se arate că șirul $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$, $a_n=\dfrac{2n+1}{n+1}$, este crescător.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n+1}{n+1}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $f'(x)$, dacă $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\sin x$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_0^{\pi} f'(x)dx$, unde $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ $f(x)=\sin x$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-1}{x}$, unde $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ $f(x)=\cos x$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, și mulțimea

$G=\{X\in M_2(\mathbf{R}) \mid AX=XA\}$.

(4p) **a)** Să se arate că $A\in G$ și $I_2\in G$.

(4p) **b)** Să se calculeze determinantul matricei A .

(4p) **c)** Să se arate că $A^2=-I_2$.

(2p) **d)** Să se arate că $A^2X=XA^2$, $\forall X\in M_2(\mathbf{R})$.

(2p) **e)** Să se arate că , dacă $a,b\in\mathbf{R}$, atunci matricea $B=aI_2+bA\in G$.

(2p) **f)** Să se arate că $A^{4k}=I_2$, $\forall k\in\mathbf{N}^*$.

(2p) **g)** Să se calculeze determinantul matricei $A+A^2+...+A^{2007}$.

SUBIECTUL IV(20p)

Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $f(x)=1-\dfrac{1}{x^2+1}$, $\forall x\in\mathbf{R}$

(4p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că funcția f este descrescătoare pe $(-\infty,0]$.

(2p) **d)** Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției *f*.

(2p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}(f(n)-1)\cdot n^2$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}(f(n))^{n^2}$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro

Varianta 31

Subiectul I

a) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -12 \neq 0 \Rightarrow$ punctele A, B, C sunt necoliniare.

b) $AC = BC = \sqrt{13}$, deci triunghiul ABC este isoscel.

c) M este mijlocul segmentului $[AB] \Rightarrow M(0,1)$.

d) $CM = 3$.

e) $S_{ABC} = 6$.

f) $\overline{3+5i} = 3-5i$.

Subiectul II

1.

a $r = f(1) = 0$.

b) $x = 2$.

c) $A_4^2 = 12$.

d) $B^2 = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$.

e) $x \in \{-1, 1\}$.

2.

a) $a_{n+1} - a_n = \dfrac{1}{(n+1)(n+2)} > 0$, deci şirul $(a_n)_n$ este crescător.

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n+1}{n+1} = 2$.

c) $f'(x) = \cos x$.

d) $\int_0^{\pi} f'(x)dx = 0$.

e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)-1}{x} = 0$.

Subiectul III

a) Evident A comută cu A, deci $A \in G$, iar $A \cdot I_2 = I_2 \cdot A = A$, deci $I_2 \in G$.

b) $\det A = 1$.

c) $A^2 = -I_2$.

d) $A^2X = XA^2 = -X$, $\forall X \in M_2(\mathbf{R})$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro

e) $BA=(aI_2+bA)A=aA+bA^2\overset{c)}{=}aA-bI_2$.

$AB=A(aI_2+bA)=aA+bA^2\overset{c)}{=}aA-bI_2$, deci $AB=BA$, adică $B\in G$.

f) $A^{4k}=(A^4)^k\overset{c)}{=}(I_2)^k=I_2,\forall k\in\mathbf{N}^*$.

g) Avem $A+A^2+A^3+A^4=A-I_2-A+I_2=O_2$.

Atunci $A+A^2+...+A^{2007}\overset{f)}{=}501(A+A^2+A^3+A^4)+A+A^2+A^3=$

$=501\cdot O_2+A-I_2-A=-I_2$. Deci $\det(A+A^2+...+A^{2007})=\det(-I_2)=1$.

Subiectul IV

a) $f(x)=1-\dfrac{1}{x^2+1}$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

b) $f'(x)=\dfrac{2x}{(x^2+1)^2}$.

c) Dacă $x\le 0$, atunci $f'(x)=\dfrac{2x}{(x^2+1)^2}\le 0,\forall x\in(-\infty,0]$, deci funcția f este descrescătoare pe $(-\infty,0]$.

d) $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2}{x^2+1}=1$. Atunci ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f este $y=1$.

e) $\lim\limits_{n\to\infty}(f(n)-1)\cdot n^2=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{-n^2}{n^2+1}=-1$.

f) $\lim\limits_{n\to\infty}(f(n))^{n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{n^2+1}\right)^{n^2}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{-n^2}{n^2+1}}=e^{-1}$.

g) $\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\left(1-\dfrac{1}{x^2+1}\right)dx=1-\dfrac{\pi}{4}$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro