EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ….**029**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine partea reală a numărului complex $9-10i$.

(4p) **b)** Să se calculeze distanța dintre punctele $A(1,3)$ și $B(2,1)$.

(4p) **c)** Să se determine conjugatul numărului complex $\sqrt{2}+\sqrt{7}i$.

(4p) **d)** Să se determine $a\in\mathbf{R}$, astfel încât punctul $A(1,1)$ să fie situat pe dreapta de ecuație $x+ay+2=0$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\sin x$, pentru $\cos x=\frac{1}{4}$ și $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

(2p) **f)** Se consideră triunghiul dreptunghic ABC, având lungimile laturilor 3, 4 și 5. Să se calculeze aria triunghiului ABC.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=x^2-3x+1$. Să se verifice dacă punctul $M(1,-1)$ este situat pe graficul funcției f.

(3p) **b)** Să se rezolve, în $\mathbf{R}$, ecuația $\begin{vmatrix} x & 0 & 1 \\ 0 & x & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}=0$.

(3p) **c)** Să se compare numerele $\log_2 7$ și $\log_2 5$.

(3p) **d)** Să se calculeze suma $2+4+6+\ldots+20$.

(3p) **e)** Să se calculeze C_{10}^6.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\setminus\{1\}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{x}{x-1}$.

(3p) **a)** Să se arate că $f(x)=1+\frac{1}{x-1}$, $x\in\mathbf{R}\setminus\{1\}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}\setminus\{1\}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$.

(3p) **d)** Să se arate că f este descrescătoare pe $(1,\infty)$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_2^3 f(x)\,dx$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{C})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

și mulțimea $G=\{X\in M_2(\mathbf{R}) \mid AX=XA\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $A\in G$ și $I_2\in G$.

(4p) **b)** Să se calculeze determinantul matricei A .

(4p) **c)** Să se verifice că $A^2=-I_2$.

(2p) **d)** Să se arate că $A^2X=XA^2$, $\forall X\in M_2(\mathbf{R})$.

(2p) **e)** Să se arate că , dacă $a,b\in\mathbf{R}$, atunci matricea $B=aI_2+bA\in G$.

(2p) **f)** Să se arate că , dacă $X\in G$, atunci există $u, v\in\mathbf{R}$ astfel încât $X=uI_2+vA$.

(2p) **g)** Să se calculeze determinantul matricei $A+A^2+...+A^{2007}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=1-x^2+x^4$.

Notăm cu $F:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ o primitivă a funcției f .

(4p) **a)** Să se calculeze $f(1)+f(-1)$.

(4p) **b)** Să se arate că $f(x)=\dfrac{x^6+1}{x^2+1}$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se determine coordonatele punctelor de extrem local ale funcției f .

(2p) **e)** Să se arate că $f(x)\geq\dfrac{3}{4}$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{xf(x)}{F(x)}$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro

Varianta 29

Subiectul I

a) $\text{Re}(z)=9$.

b) $AB=\sqrt{5}$.

c) $\bar{z}=\sqrt{2}-\sqrt{7}i$.

d) $a=-3$.

e) $\sin x=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$.

f) $S=\dfrac{3\cdot 4}{2}=6$.

Subiectul II

1.

a) Punctul $M(1,-1)$ se află pe graficul funcției f.

b) $x_1=0, x_2=7$.

c) $7>5\Rightarrow \log_2 7>\log_2 5$.

d) $S_{10}=110$.

e) $C_{10}^6=210$.

2.

a) $f(x)=1+\dfrac{1}{x-1}$.

b) $f'(x)=-\dfrac{1}{(x-1)^2}, \forall x\in R-\{1\}$.

c) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=-1$.

d) Din punctul **b)** rezultă că $f'(x)<0, \forall x>1$. Prin urmare funcția f este descrescătoare pe $(1,\infty)$.

e) $\int_2^3 f(x)dx=1+\ln 2$.

Subiectul III

a) Evident A comută cu A, deci $A\in G$. Din $A\cdot I_2=I_2\cdot A=A$, rezultă $I_2\in G$.

b) $\det(A)=1$.

c) Prin calcul obținem $A^2=-I_2$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro

d) Obținem $A^2X = XA^2 = -X$, $\forall X \in M_2(\mathbf{R})$.

e) $BA = AB = aA - bI_2$, deci $B \in G$.

f) Fie $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Din $XA = AX$ obținem $X = \begin{pmatrix} a & b \\ -2b & a-2b \end{pmatrix}, a,b \in \mathbf{R}$. Căutăm $u,v \in \mathbf{R}$, $X = uI_2 + vA$. Obținem $\begin{pmatrix} a & b \\ -2b & a-2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u & 0 \\ 0 & u \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v & v \\ -2v & -v \end{pmatrix}$. Rezultă $u = a-b$ şi $v = b$.

g) Avem $A + A^2 + A^3 + A^4 = A - I_2 - A + I_2 = O_2$. Atunci $A + A^2 + A^3 + \ldots + A^{2007} = O_2 + A - I_2 - A = -I_2 \Rightarrow \det\left(A + A^2 + A^3 + \ldots + A^{2007}\right) = 1$.

Subiectul IV

a) $f(1) = 1$ şi $f(-1) = 1$. Deci $f(1) + f(-1) = 2$.

b) $\dfrac{x^6+1}{x^2+1} = x^4 - x^2 + 1 = f(x), \forall x \in \mathbf{R}$.

c) $f'(x) = 4x^3 - 2x$.

d) $f'(x) = 0 \Rightarrow 2x\left(2x^2 - 1\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}, x_3 = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Din tabelul de variație obținem: $A\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{3}{4}\right)$ punct de minim; $B(0,1)$ punct de maxim; $C\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{3}{4}\right)$ punct de minim.

e) Din punctul **d)** obținem că $f(x) \geq f\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right), \forall x \in \mathbf{R}$, deci $f(x) \geq \dfrac{3}{4}, \forall x \in \mathbf{R}$.

f) $\int f(x)dx = \int \left(x^4 - x^2 + 1\right)dx = \dfrac{1}{5}x^5 - \dfrac{1}{3}x^3 + x + C$, deci o primitivă a funcției f este $F(x) = \dfrac{1}{5}x^5 - \dfrac{1}{3}x^3 + x$.

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{xf(x)}{F(x)} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^5 - x^3 + x}{\frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + x} = 5$.

g) $\int_0^1 f(x)dx = F(1) - F(0) = \dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{3} + 1 = \dfrac{13}{15}$.

Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro