

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**
**PROBA D/F**
***Varianta ....016***

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări complete**

**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se calculeze aria unui pătrat având latura de lungime egală cu  $\sqrt{10}$ .
- (4p) b) Se consideră triunghiul  $MNP$  în care  $MN = 10$ ,  $MP = 10$  și  $m(\hat{N}MP) = 90^\circ$ . Să se calculeze lungimea laturii  $NP$ .
- (4p) c) Să se calculeze perimetrul triunghiului  $ABC$  dacă  $A(1, 1)$ ,  $B(4, 1)$  și  $C(1, 5)$ .
- (4p) d) Se consideră punctele  $D(2,3)$ ,  $E(4, 7)$  și  $F(a, b)$ . Să se determine numerele reale  $a$  și  $b$  astfel încât punctul  $E$  să fie mijlocul segmentului  $(DF)$ .
- (2p) e) Să se calculeze lungimea medianei unui triunghi echilateral cu latura de lungime 4.
- (2p) f) Să se calculeze  $\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4}$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**

1.

- (3p) a) Să se calculeze  $(\sqrt{2} + \sqrt{8} + 1)(\sqrt{2} - 1) - \sqrt{8}$ .
- (3p) b) Se consideră numerele reale  $a_1 = x+1$ ,  $a_2 = 8$  și  $a_3 = 5x+3$ . Să se determine  $x \in \mathbf{R}$  astfel încât  $a_1, a_2, a_3$  să fie în progresie aritmetică.
- (3p) c) Să se determine numărul real  $a$  astfel încât soluțiile ecuației  $x^2 + 2x + a = 0$  să fie egale.
- (3p) d) Să se determine  $n \in \mathbf{N}^*$  astfel încât  $3! + C_n^1 = 8$ .
- (3p) e) Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ . Să se calculeze  $A \cdot B$ .

2. Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $f(1)$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in (0, \infty)$ .
- (3p) c) Să se arate că  $f(e) + f\left(\frac{1}{e}\right) \geq 2$ .
- (3p) d) Să se calculeze  $\int_1^e \frac{1}{x} dx$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n(f(n) - \ln n))$ .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră polinoamele  $f = X^2 - 12X + 35$ ,  $g = (X - 6)^3 + X - 6$ ,  $h = X^2 - 12X + 37$ .

- (4p) a) Să se calculeze  $g(6)$ .
- (4p) b) Să se determine rădăcinile reale ale polinomului  $f$ .
- (4p) c) Să se arate că  $f(6+i)$  este un număr real.
- (2p) d) Să se determine restul împărțirii polinomului  $g$  la polinomul  $h$ .
- (2p) e) Să se determine câtul împărțirii polinomului  $g$  la polinomul  $f$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $x_1^2 + x_2^2$  dacă  $x_1, x_2$  sunt rădăcinile polinomului  $h$ .
- (2p) g) Să se determine  $a \in \mathbf{R}$ , pentru care restul împărțirii polinomului  $g$  la  $X - a$  este 0.

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția  $f : [-5,5] \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$ .

- (4p) a) Să se calculeze  $f(3)$ .
- (4p) b) Să se arate că  $f(-x) = f(x)$ ,  $\forall x \in [-5,5]$ .
- (4p) c) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in (-5,5)$ .
- (2p) d) Să se arate că funcția  $f$  este descrescătoare pe  $[0,5]$ .
- (2p) e) Să se determine valoarea maximă a funcției  $f$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\int_{-3}^3 \frac{x}{f(x)} dx$ .
- (2p) g) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \int_0^{\frac{1}{x}} f^2(t) dt \right)$ .

**Varianta 16****SUBIECTUL I**

- a)  $S = 10$ .
- b)  $NP = 10\sqrt{2}$ .
- c)  $P = 12$ .
- d)  $a = 6$  și  $b = 11$ .
- e)  $m = 2\sqrt{3}$ .
- f)  $\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$ .

**SUBIECTUL II**

1.

- a)  $5 - 4\sqrt{2}$ .
- b)  $x = 2$ .
- c)  $a = 1$ .
- d)  $n = 2$ .
- e)  $A \cdot B = \begin{pmatrix} 15 & 9 \\ 10 & 11 \end{pmatrix}$ .

2.

- a)  $f(1) = 1$ .
- b)  $f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$ .
- c)  $f(e) + \frac{1}{f(e)} = e + \frac{1}{e} \geq 2$
- d)  $\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$ .
- e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(f(n) - \ln n) = 1$ .

**SUBIECTUL III**

- a)  $g(6) = 0$ .
- b)  $\Delta = 4 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = 7$ .
- c)  $f(6+i) = -2$ .
- d) Efectuând împărțirea obținem câtul  $X - 6$  și restul 0.
- e) Efectuând împărțirea obținem câtul  $X - 6$  și restul  $2X - 12$ .
- f)  $x_1^2 + x_2^2 = 70$ .

- g)** Restul este  $g(a) = (a-6)^3 + a - 6 = (a-6)(a^2 - 12a + 37)$ .  
 Atunci  $g(a) = 0 \Leftrightarrow a = 6$ .

#### SUBIECTUL IV

- a)**  $f(3) = 4$ .
- b)**  $f(-x) = \sqrt{25 - x^2} = f(x), \forall x \in [-5, 5]$ .
- c)**  $f'(x) = -\frac{x}{\sqrt{25 - x^2}}$ .
- d)**  $f'(x) \leq 0, \forall x \in [0, 5] \Rightarrow f$  este descrescătoare pe  $[0, 5]$ .
- e)** Deoarece  $f$  este strict crescătoare pe  $[-5, 0]$ . Folosind **d)** avem  $A(0, 5)$  este punct de maxim global  $\Rightarrow$  maximul funcției este 5.
- f)**  $\int_{-3}^3 \frac{x}{\sqrt{25 - x^2}} dx = -\sqrt{25 - x^2} \Big|_{-3}^3 = 0$ .
- g)**  $\int_0^{\frac{1}{x}} f^2(t) dt = \int_0^{\frac{1}{x}} (25 - t^2) dt = \frac{25}{x} - \frac{1}{3x^3}$ . Deci  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \int_0^{\frac{1}{x}} f^2(t) dt \right) = 0$ .