

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta008

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

♦

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze conjugatul numărului complex $\sqrt{3} + i$.
- (4p) b) Să se calculeze lungimea segmentului cu extremitățile în punctele $A(4, 1)$ și $C(1, 4)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin \pi + \cos \pi$.
- (4p) d) Să se determine lungimea medianei din A în triunghiul ABC dacă vârfurile sale sunt $A(2,4)$, $B(-3,5)$, $C(1,-3)$.
- (2p) e) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral dacă perimetrul său este egal cu 12.
- (2p) f) Să se calculeze $\sin 105^\circ$ folosind eventual formula $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se rezolve ecuația $\sqrt{1-x} = 2$, $x \leq 1$.
- (3p) b) Să se calculeze suma rădăcinilor polinomului $f = X^2 + X + 1$.
- (3p) c) Să se rezolve ecuația $\log_5 x = \log_5(2x-1)$, $x > \frac{1}{2}$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $2^{2x+1} = 8^x$.
- (3p) e) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $\log_2 n > 1$.

 2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x - x + 1$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) d) Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \sqrt{n}}{n - \sqrt{n}}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Descarcă de pe site-ul ebacalaureat.ro

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 008

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ și $C = A \cdot B - B \cdot A$.

- (4p) a) Să se determine matricele A^2 și B^2 .
- (4p) b) Să se calculeze matricea $A + B$.
- (4p) c) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (2p) d) Să se calculeze matricea C^2 .
- (2p) e) Să se calculeze matricea $(A + B)^{2007}$.
- (2p) f) Să se determine suma elementelor matricei $C + C^2 + C^3 + \dots + C^{2007}$.
- (2p) g) Să se calculeze determinantul matricei $C + C^2 + C^3 + \dots + C^{2007}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^3}$ și sirurile $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ și $(b_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$,

$$a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n), \quad b_n = a_n + \frac{1}{2n^2}, \quad \forall n \in \mathbf{N}^*.$$

- (4p) a) Să se calculeze $\int f(x)dx$, $x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0, \infty)$.
- (4p) c) Să se arate că sirul $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ este crescător.
- (2p) d) Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se arate că $\frac{1}{(k+1)^3} < \frac{1}{2k^2} - \frac{1}{2(k+1)^2}$, $\forall k > 0$.
- (2p) f) Să se arate că sirul $(b_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ este descrescător.
- (2p) g) Să se arate că $1 \leq a_n < 1,22$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

Varianta 8

Subiectul I

- a) $\bar{z} = \sqrt{3} - i$.
- b) $AC = 3\sqrt{2}$.
- c) $\sin \pi + \cos \pi = -1$.
- d) M este mijlocul segmentului $(BC) \Rightarrow AM = 3\sqrt{2}$.
- e) $S = 4\sqrt{3}$.
- f) $\sin 105^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

Subiectul II

1.

- a) $x = -3$.
- b) $x_1 + x_2 = -1$.
- c) $x = 1$.
- d) $x = 1$.
- e) $p = \frac{3}{5}$.

2.

- a) $f'(x) = e^x - 1$.
- b) $\int_0^1 f(x) dx = e - \frac{1}{2}$.
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 0$.
- d) $A(0,0)$ este punct de minim local.
- e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \sqrt{n}}{n - \sqrt{n}} = 1$.

Subiectul III.

- a) Prin calcul direct se obține $A^2 = B^2 = O_2$.
- b) $A + B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- c) $\det A = 0 - 0 = 0$.

d) $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ și $C^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$.

e) $(A + B)^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = I_2 \Rightarrow (A + B)^{2007} = A + B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

f) Din d) rezultă că $C^{2n} = I_2$ și $C^{2n+1} = C$, $(\forall)n \in \mathbb{N}$, deci:

$$C + C^2 + C^3 + \dots + C^{2007} = 1003 \cdot I_2 + 1004 \cdot C = \begin{pmatrix} 2007 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \text{ rezultă suma cerută este } 2006.$$

g) $\begin{vmatrix} 2007 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -2007 - 0 = -2007$.

Subiectul IV

a) $\int f(x)dx = \frac{-1}{2x^2} + C$.

b) $f'(x) = \frac{-3}{x^4} < 0, (\forall)x \in (0, \infty) \Rightarrow f$ este descrescătoare pe intervalul $(0, \infty)$.

c) $a_{n+1} - a_n = f(n+1) = \frac{1}{(n+1)^3} > 0$, deci sirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ este crescător.

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^3} = 0 \Rightarrow y = 0$ este ecuația asimptotei spre $+\infty$.

e) $\frac{1}{(k+1)^3} < \frac{1}{2k^2} - \frac{1}{2(k+1)^2} \Leftrightarrow 2k^2 < 2k^2 + 3k + 1$, adevărat, $\forall k > 0$.

f) $b_{n+1} - b_n = \frac{1}{(n+1)^3} + \frac{1}{2(n+1)^2} - \frac{1}{2n^2} \stackrel{e)}{<} 0$, deci sirul $(b_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ este descrescător.

g) Din $b_n = a_n + \frac{1}{2n^2}$ rezultă că $a_n < b_n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Din $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ sir strict crescător și din $(b_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ sir strict descrescător rezultă că

$a_1 \leq a_n < b_n \leq b_3 < b_2 < b_1$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 3$.

Cum $a_1 = 1$, $a_2 = 1,125$, $b_3 = 1,2175 < 1,22$ rezultă concluzia.