EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ….**006**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **1.** Să se calculeze distanța de la punctul $A(0, 2)$ la punctul $B(2, 0)$.

(4p) **b)** Să se calculeze $cos^2 101 + sin^2 101$.

(4p) **c)** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime 6.

(4p) **d)** Să se determine conjugatul numărului complex $2+5i$.

(2p) **e)** Să se calculeze $a,b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(0, 2)$ și $B(2, 0)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.

(2p) **f)** Să se calculeze BC, dacă în triunghiul ABC, $AB = 8, AC = 8$ și $m\left(\widehat{BAC}\right) = 90^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 10 & 5 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $4^n < 20$.

(3p) **c)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale , ecuația $4^x - 4 = 0$.

(3p) **d)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive , ecuația $\log_9 x = 1$.

(3p) **e)** Să se calculeze expresia $E = C_7^2 - C_7^5$.

2. Se consideră funcția $f : (0,\infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x^2+3}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0,\infty)$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x) - f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0,\infty)$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_1^2 f'(x)dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} n^2 f(n)$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinoamele $f = X^2 + 5X + 7$ şi $g = X^2 + 5X + 6$.

(4p) **a)** Să se determine rădăcinile complexe ale polinomului f.

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, inecuația $x^2 + 5x + 6 < 0$.

(4p) **c)** Să se verifice identitatea $\frac{1}{g(n)} = \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **d)** Să se calculeze $S = \frac{1}{g(1)} + \frac{1}{g(2)} + ... + \frac{1}{g(2006)}$.

(2p) **e)** Să se verifice că $f = \left(X + \frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$.

(2p) **f)** Să se arate că pentru orice două polinoame $s, t \in \mathbf{R}[X]$, avem relația $g \neq s^2 + t^2$.

(2p) **g)** Să se găsească două polinoame $u, v \in \mathbf{C}[X]$, astfel încât să avem relația $g = u^2 + v^2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = e^x$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se arate că $f(x) > 0, \forall x \in \mathbf{R}$ şi $f'(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f.

(2p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(2p) **f)** Să se rezolve în $\mathbf{R}$ ecuația $f(x) + f(x+1) = 1 + e$.

(2p) **g)** Să se arate că există două funcții $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ şi $h : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ strict crescătoare, astfel încât $f(x) = g(x) - h(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

Varianta 6

Subiectul I

a) $d(A,B) = 2\sqrt{2}$.

b) $cos^2 101 + sin^2 101 = 1$.

c) $S = 9\sqrt{3}$.

d) $\overline{2+5i} = 2 - 5i$.

e) $a = 1, b = -2$.

f) $BC = 8\sqrt{2}$.

Subiectul II

1.

a) $\begin{vmatrix} 10 & 5 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 20 - 20 = 0$.

b) $p = \frac{2}{5}$.

c) $x = 1$.

d) $x = 9$.

e) $E = C_7^2 - C_7^5 = 0$.

2.

a) $f'(x) = \frac{-2x}{(x^2+3)^2}$.

b) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = -\frac{1}{8}$.

c) $f'(x) = \frac{-2x}{(x^2+3)^2} < 0$, $(\forall) x \in (0,\infty)$, deci f este descrescătoare pe intervalul $(0,\infty)$.

d) $\int_1^2 f'(x)dx = \frac{-3}{28}$.

e) $\lim\limits_{n \to \infty} n^2 f(n) = 1$.

Subiectul III

a) $x_{1,2} = \frac{-5 \pm i\sqrt{3}}{2}$.

b) $x^2 + 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow x \in (-3,-2)$.

c) $\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+3}=\frac{n+3-n-2}{(n+2)(n+3)}=\frac{1}{g(n)}$.

d) $S\overset{c)}{=}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+...+\left(\frac{1}{2008}-\frac{1}{2009}\right)=\frac{2006}{6027}$.

e) $f=X^2+2\cdot X\cdot\frac{5}{2}+\frac{25}{4}+\frac{3}{4}=\left(X+\frac{5}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$.

f) Presupunem prin reducere la absurd că există două polinoame $s,t\in\mathbf{R}[X]$, cu $g=s^2+t^2$.

Din $s,t\in\mathbf{R}[X]$ rezultă $g(x)=s^2(x)+t^2(x)\geq 0$, $(\forall)x\in R$, contradicție cu **b)**.

f) Polinoamele $u,v\in\mathbf{C}[X]$, $u=x+\frac{5}{2}$, $v=\frac{1}{2}i$; verifică $g=u^2+v^2$.

Subiectul IV

a) $f'(x)=e^x$.

b) $f(x)=f'(x)=e^x>0$, $\forall x\in\mathbf{R}$, deoarece funcția exponențială este strict pozitivă.

c) $f'(x)>0$, $\forall x\in\mathbf{R}$, deci f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

d) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=e^{-\infty}=0\Rightarrow y=0$ este ecuația asimptotei către $+\infty$.

e) $\int_0^1 f(x)dx=e-1$.

f) $f(x)+f(x+1)=1+e \Leftrightarrow e^x+e^{x+1}=1+e \Leftrightarrow e^x=1 \Leftrightarrow x=0$.

g) Funcțiile $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ şi $h:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=e^x+x, h(x)=x$ au derivatele $g'(x)=e^x+1>0, h'(x)=1>0$, $\forall x\in\mathbf{R}$, deci sunt strict crescătoare şi $f(x)=g(x)-h(x)$, $\forall x\in\mathbf{R}$.