EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ….**005**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale şi protecţia mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea ştiinţe sociale;Filiera vocaţională:profil Militar, specializarea ştiinţe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Se consideră punctele $A(3, 4)$ şi $B(5, 2)$. Să se determine coordonatele mijlocului segmentului $[AB]$.

(4p) **b)** Să se determine $m, n \in \mathbf{R}$ astfel încât $x + my + n = 0$ să reprezinte ecuaţia dreptei care conţine punctele $M(1, 1)$ şi $N(2, 2)$.

(4p) **c)** Să se calculeze numărul complex $(1+i)^2$.

(4p) **d)** Să se calculeze $\cos^2 \frac{\pi}{4}$.

(2p) **e)** Să se calculeze perimetrul unui dreptunghi cu lungimea 3 şi cu lăţimea 2.

(2p) **f)** Să se calculeze volumul unui cub având lungimea laturii 2.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Se consideră funcţia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 2x+1$. Să se calculeze $f(1) + f(2) + ... + f(9)$.

(3p) **b)** Să se arate că numărul $e = -3$ este elementul neutru al legii de compoziţie $\circ : \mathbf{R} \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $x \circ y = x + y + 3$.

(3p) **c)** Să se determine probabilitatea ca un element al mulţimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ să fie soluţie a ecuaţiei $x^2 - 3x + 2 = 0$.

(3p) **d)** Să se calculeze C_{10}^2.

(3p) **e)** Să se rezolve ecuaţia $\log_2(x+1) = 1$, pentru $x > -1$.

2. Se consideră funcţia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^5$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f(0)$.

(3p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\, dx$.

(3p) **d)** Să se calculeze $f(x) + f(-x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim_{x \to \infty} \left(\frac{1}{x^2 f'(x)} \int_0^x f(t)\, dt \right)$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinomul $f=\left(1+X+X^2\right)^3$, având forma algebrică

$f=aX^6+bX^5+cX^4+dX^3+eX^2+gX+h$, cu $a,b,c,d,e,g,h\in\mathbf{R}$, $a\neq 0$.

(4p) **a)** Să se determine coeficientul lui X^6.

(4p) **b)** Să se calculeze $f(1)+f(-1)$.

(4p) **c)** Să se determine soluțiile complexe ale ecuației $x^2+x+1=0$.

(2p) **d)** Să se arate că $a+c+e+h$ este un număr par.

(2p) **e)** Să se arate că $b+d+g$ este un număr impar.

(2p) **f)** Să se calculeze $f(w)$, unde $w=\dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}$

(2p) **g)** Să se determine suma rădăcinilor polinomului f.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră $f:[1,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{(2x-1)(2x+1)}$ şi şirul $(x_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$,

$x_n=f(1)+f(2)+\ldots+f(n)$, $n\in\mathbf{N}^*$.

(4p) **a)** Să se calculeze x_1.

(4p) **b)** Să se arate că $f(x)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2x-1}-\dfrac{1}{2x+1}\right)$, $x\geq 1$.

(4p) **c)** Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x\geq 1$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)\,dx$.

(2p) **e)** Să se arate că $x_n=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{2n+1}\right)$, $\forall\ n\in\mathbf{N}^*$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}(2x_n)^{n+1}$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}(n+2007)\cdot\ln\left(4n\cdot\left(\dfrac{1}{2}-x_n\right)\right)$.

Varianta 5

SUBIECTUL I

a) $M(4,3)$.
b) $m=-1, n=0$.
c) $(1+i)^2=2i$.
d) $\cos^2\frac{\pi}{4}=\frac{1}{2}$.
e) $P=4+6=10$.
f) $V=a^3=8$.

SUBIECTUL II
1.
a) $f(1)+f(2)+\ldots+f(9)=99$.
b) $e=-3$.
c) $p=\frac{2}{5}$.
d) $C_{10}^2=45$.
e) $x=1$.
2.
a) $f(0)=0$.
b) $f'(x)=5x^4, x\in\mathbf{R}$.
c) $\int_0^1 f(x)dx=\frac{1}{6}$.
d) $f(x)+f(-x)=0$.
e) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{5x^6}\cdot\frac{x^6}{6}\right)=\frac{1}{30}$.

SUBIECTUL III

a) $f=X^6+3X^5+6X^4+7X^3+6X^2+3X+1\Rightarrow$ coeficientul cerut este 1.
b) $f(1)+f(-1)=28$.
c) $x^2+x+1=0\Rightarrow x_1=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ şi $x_2=\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$.
d) $28=f(1)+f(-1)=2(a+c+e+h)\Rightarrow a+c+e+h=14$.
e) $26=f(1)-f(-1)=2(b+d+g)\Rightarrow b+d+g=13$.

f) Din punctul **c)** $\Rightarrow \omega = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ este soluție a ecuației $x^2+x+1=0 \Rightarrow f(\omega)=0$.

g) Din **f)**: $x_1 = x_2 = x_3 = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ şi $x_4 = x_5 = x_6 = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$

$x_1 + x_2 + \ldots + x_6 = -3$.

SUBIECTUL IV

a) $x_1 = f(1) = \frac{1}{3}$.

b) Se obține prin calcul direct.

c) $f'(x) = \frac{1}{(2x+1)^2} - \frac{1}{(2x-1)^2}, x \geq 1$.

d) $\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x+1}\right)dx = \frac{1}{4}\ln\left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)\Bigg|_1^2 = \frac{1}{4}\ln\frac{9}{5}$.

e) $x_n = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \ldots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2n+1}\right), \forall n \in \mathbf{N}^*$.

f) $\lim\limits_{n\to\infty}(2x_n)^{n+1} = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1 - \frac{1}{2n+1}\right)^{n+1} = e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{-n-1}{2n+1}} = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

g) $\lim\limits_{n\to\infty}(n+2007)\cdot\ln\left(4n\cdot\left(\frac{1}{2} - x_n\right)\right) = \lim\limits_{n\to\infty}(n+2007)\cdot\ln\left(\frac{4n}{4n+2}\right) =$

$\lim\limits_{n\to\infty}\ln\left(\frac{4n}{4n+2}\right)^{n+2007} = \ln e^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$.