

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
**Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D**
Varianta001

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(0, 3)$, $B(6, 0)$, $C(3, 3)$ și $D(2, 2)$.

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul A la punctul C .
- (4p) b) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (4p) c) Să se demonstreze că punctele A , B și D sunt coliniare.
- (4p) d) Să se arate că triunghiul MNP este dreptunghic, unde $MN = 5$, $MP = 12$ și $NP = 13$.
- (2p) e) Să se calculeze $\sin^3 30^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze, în mulțimea numerelor complexe, numărul $2i^2 + 4i^4$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze numărul $2+2^3+2^5+2^7$.
- (3p) b) Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, cu $f(x) = x - 2$, astfel încât funcția g este inversa funcției f . Să se calculeze $g(1)$.
- (3p) c) Să se determine termenul al treilea al dezvoltării $(1-2a)^5$.
- (3p) d) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $2^{x^2} = 2$.
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $\sqrt{x+2} = x$, $x \geq 0$.

2.

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(2)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^e f(x) dx$.
- (3p) e) Să se demonstreze că $x^2 \cdot f'(x) - 2x \cdot f(x) = 3$, pentru orice $x > 0$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + 2$ și $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$,

$f_n(x) = \underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)(x)}_{de\ n\ ori\ f}$, pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$, unde „ \circ ” reprezintă operația de compunere a

funcțiilor.

(4p) a) Să se calculeze $f(0)$.

(4p) b) Să se calculeze $f(2) + f(3) + \dots + f(11)$.

(4p) c) Să se determine inversa funcției f .

(2p) d) Să se arate că $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix} = f(9)$.

(2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $\forall x \in \mathbf{R}$, $f_n(x) = x + 2n$.

(2p) f) Să se arate că $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ f_n(0) & 1 \end{pmatrix}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) g) Să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $f_1(1) + f_2(1) + \dots + f_n(1) = n^2 + 2n$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 + x^2 + x - 1$.

(4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) b) Să se calculeze $\int_0^1 x \cdot f'(x) dx$.

(4p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3}$.

(2p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(e^{-x})$.

(2p) e) Să se demonstreze că funcția f este crescătoare pe \mathbf{R} .

(2p) f) Să se arate că $f(x) \geq -1$, $\forall x \geq 0$.

(2p) g) Să se calculeze $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{f(x) + f(-x)}{x^2} dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta002

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3, 0)$, $B(3, 3)$, $C(0, 6)$ și $D(2, 2)$.

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul A la punctul B .
- (4p) b) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (4p) c) Să se demonstreze că punctele A , C și D sunt coliniare.
- (4p) d) Să se arate că triunghiul DEF este dreptunghic, unde $DE = 5\sqrt{2}$, $DF = 5\sqrt{2}$ și $EF = 10$.
- (2p) e) Să se calculeze $\tg^4 60^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze, în mulțimea numerelor complexe, numărul $(2-i)^2$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $1+3+5+7+\dots+21$.
- (3p) b) Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, cu $f(x) = -x + 3$, astfel încât funcția g este inversa funcției f . Să se calculeze $g(2)$.
- (3p) c) Să se determine termenul din mijloc al dezvoltării $(2a-3)^4$.
- (3p) d) Să se rezolve ecuația $\lg(x^2 + 10) = \lg(7x)$ $x \in (0, \infty)$.
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $\sqrt{2-x} = x$, $x \leq 2$.

2.

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x + e^x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(0)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(0)}{x}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(-x)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 - x$

și $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f_n(x) = \underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)(x)}_{de\ n\ ori\ f}$, $n \in \mathbf{N}^*$, unde „ \circ ” reprezintă operația de

componere a funcțiilor.

- (4p) a) Să se calculeze $f(0)$.
- (4p) b) Să se arate că $(f \circ f)(x) = x$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se determine inversa funcției f .
- (2p) d) Să se arate că $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = f(4)$.
- (2p) e) Dacă $A = \begin{pmatrix} f(1) & f(0) \\ f(0) & f(1) \end{pmatrix}$, să se demonstreze că $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și să se calculeze $A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 + A^6$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $f_{2k}(x) = x$ și $f_{2k+1}(x) = 1 - x$, $\forall k \in \mathbf{N}^*$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se calculeze $f_1(1) + f_2(1) + \dots + f_{100}(1)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x - e^{-x}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(2) - f(-2)$.
- (4p) b) Să se arate că $f'(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^x}$, pentru orice $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x) \cdot e^x dx$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbf{R} .
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2e^x}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_{-1}^1 f(x) dx$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(1) + f(2) + \dots + f(n))$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta003

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(3, 2)$ la punctul $B(-2, 3)$.
- (4p) b) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(2 + 3i)(4 - i) = a + bi$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{12}$.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $12 - 7i$.
- (2p) e) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât punctele $A(3, 2)$ și $B(-2, 3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC , $AB = 8$, $AC = 6$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$, să se calculeze BC .

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 10 & -2 \\ 20 & -3 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $2^n \geq 9$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $16^x - 2 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_6 x = 3$.
- (3p) e) Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului $f = X^4 - 2X^2 + 1$ la polinomul $g = X^2 + 1$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 10 + \frac{1}{x^{10}}$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}^*$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se determine ecuația asymptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{n^5}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și funcția $f : \left(\frac{1}{2}, \infty\right) \rightarrow \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$, $f(x) = \frac{3x-1}{4x-1}$.

- (4p) a) Să se verifice că $A + I_2 = B$.
- (4p) b) Să se arate că $A^2 = O_2$.
- (4p) c) Să se calculeze matricea B^2 .
- (2p) d) Să se arate că, dacă $x > \frac{1}{2}$, atunci $\frac{3x-1}{4x-1} > \frac{1}{2}$.
- (2p) e) Să se calculeze $(f \circ f)(x)$, $x \in \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $B^n = I_2 + nA$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (2p) g) Să se arate că $\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{de n ori}(x) = \frac{(2n+1)x-n}{4nx+1-2n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\forall x > \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se verifice că $f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f'(x) = 0$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f are un punct de maxim local și un punct de minim local.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.
- (2p) f) Să se verifice identitatea $f'(x) = \frac{1}{2}((f'(x))^2 + f'(x) + 1) - \frac{1}{2}((f'(x))^2 - f'(x) + 1)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se arate că există funcțiile $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, strict crescătoare pe \mathbf{R} , astfel încât să avem egalitatea $f(x) = g(x) - h(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta004

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,2), B(2,6), C(0,-4)$. Să se demonstreze că triunghiul ABC este dreptunghic.
- (4p) b) Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile în punctele $A(6,2), B(2,6), C(0,-4)$.
- (4p) c) Să se determine $\alpha \in \mathbb{R}$ astfel încât punctul $M(\alpha, \alpha + 1)$ să aparțină dreptei de ecuație $2x + 3y - 8 = 0$.
- (4p) d) Să se determine numerele reale a și b astfel încât dreapta de ecuație $ax + by = 1$ să treacă prin punctele $A(6,2), B(2,6)$.
- (2p) e) Să se calculeze aria unui triunghi cu lungimile laturilor de 6, 8 și 10.
- (2p) f) Să se calculeze partea reală a numărului complex $\frac{1+i}{2-i}$.

SUBIECTUL II (30p)

- Se consideră mulțimea $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$.
 - Să se determine câte submulțimi cu două elemente are mulțimea A .
 - Să se determine câte numere de două cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii A .
 - Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii A să fie număr impar.
 - Să se calculeze numărul total de submulțimi ale mulțimii A .
 - Să se determine probabilitatea ca un element $x \in \{1,2,3,4,5,6,7\}$ să fie soluție a ecuației $2x^2 - 5x + 3 = 0$.
- Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{x-2007}{x+1}$.
 - Să se calculeze $f'(x), x \in \mathbf{R} \setminus \{-1\}$.
 - Să se arate că $f(-1-x) + f(-1+x) = 2, \forall x \in \mathbf{R} \setminus \{-1,0\}$.
 - Să se arate că funcția f este crescătoare pe $(-1, \infty)$.
 - Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
 - Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Pe \mathbf{R} se consideră legea de compoziție "*" definită prin $x * y = xy - 7x - 7y + 56$

- (4p) a) Să se verifice că $x * y = (x - 7)(y - 7) + 7, \forall x, y \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că $x * (y * z) = (x * y) * z, \forall x, y, z \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se rezolve ecuația $7^x * 49^x = 7, x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se demonstreze că mulțimea $G = (7, \infty)$ este parte stabilă a lui \mathbf{R} în raport cu legea de compoziție "*".
- (2p) e) Să se rezolve inecuația $x * (x - 1) * (x - 2) < 7, x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se demonstreze egalitatea $x_1 * x_2 * \dots * x_n = (x_1 - 7)(x_2 - 7)\dots(x_n - 7) + 7, \forall x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbf{R}, \forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se calculeze $1 * 2 * 3 * \dots * 2007$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{2x+1}{(x^2+1)(x^2+2x+2)}$.

- (4p) a) Să se demonstreze că are loc egalitatea $f(x) = \frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{(x+1)^2+1}, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(9)$.
- (4p) c) Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 f(x))$.
- (2p) e) Să se calculeze aria cuprinsă între graficul funcției f , axa Ox și dreptele verticale de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_0^1 \left(f(x) + \frac{1}{(x+1)^2+1} \right) dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta005

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Se consideră punctele $A(3, 4)$ și $B(5, 2)$. Să se determine coordonatele mijlocului segmentului $[AB]$.
- (4p) b) Să se determine $m, n \in \mathbf{R}$ astfel încât $x + my + n = 0$ să reprezinte ecuația dreptei care conține punctele $M(1, 1)$ și $N(2, 2)$.
- (4p) c) Să se calculeze numărul complex $(1+i)^2$.
- (4p) d) Să se calculeze $\cos^2 \frac{\pi}{4}$.
- (2p) e) Să se calculeze perimetrul unui dreptunghi cu lungimea 3 și cu lățimea 2.
- (2p) f) Să se calculeze volumul unui cub având lungimea laturii 2.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x + 1$. Să se calculeze $f(1) + f(2) + \dots + f(9)$.
- (3p) b) Să se arate că numărul $e = -3$ este elementul neutru al legii de compozitie $\circ : \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $x \circ y = x + y + 3$.
- (3p) c) Să se determine probabilitatea ca un element al mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ să fie soluție a ecuației $x^2 - 3x + 2 = 0$.
- (3p) d) Să se calculeze C_{10}^2 .
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $\log_2(x+1) = 1$, pentru $x > -1$.
- 2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^5$.
 - (3p) a) Să se calculeze $f(0)$.
 - (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.
 - (3p) c) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
 - (3p) d) Să se calculeze $f(x) + f(-x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.
 - (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x^2 f'(x)} \int_0^x f(t) dt \right)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinomul $f = (1 + X + X^2)^3$, având forma algebrică

$$f = aX^6 + bX^5 + cX^4 + dX^3 + eX^2 + gX + h, \text{ cu } a, b, c, d, e, g, h \in \mathbf{R}, a \neq 0.$$

- (4p) a) Să se determine coeficientul lui X^6 .
- (4p) b) Să se calculeze $f(1) + f(-1)$.
- (4p) c) Să se determine soluțiile complexe ale ecuației $x^2 + x + 1 = 0$.
- (2p) d) Să se arate că $a + c + e + h$ este un număr par.
- (2p) e) Să se arate că $b + d + g$ este un număr impar.
- (2p) f) Să se calculeze $f(w)$, unde $w = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$
- (2p) g) Să se determine suma rădăcinilor polinomului f .

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră $f : [1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{(2x-1)(2x+1)}$ și sirul $(x_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$,

$$x_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n), n \in \mathbf{N}^*.$$

- (4p) a) Să se calculeze x_1 .
- (4p) b) Să se arate că $f(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x+1} \right)$, $x \geq 1$.
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \geq 1$.
- (2p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (2p) e) Să se arate că $x_n = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (2x_n)^{n+1}$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (n + 2007) \cdot \ln \left(4n \cdot \left(\frac{1}{2} - x_n \right) \right)$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta006

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- Să se calculeze distanța de la punctul $A(0, 2)$ la punctul $B(2, 0)$.
- Să se calculeze $\cos^2 101 + \sin^2 101$.
- Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime 6.
- Să se determine conjugatul numărului complex $2 + 5i$.
- Să se calculeze $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(0, 2)$ și $B(2, 0)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- Să se calculeze BC , dacă în triunghiul ABC , $AB = 8, AC = 8$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

- Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 10 & 5 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$.
 - Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $4^n < 20$.
 - Să se rezolve, în multimea numerelor reale, ecuația $4^x - 4 = 0$.
 - Să se rezolve, în multimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_9 x = 1$.
 - Să se calculeze expresia $E = C_7^2 - C_7^5$.
- Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3}$.
 - Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
 - Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
 - Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0, \infty)$.
 - Să se calculeze $\int_1^2 f'(x) dx$.
 - Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 f(n)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro

Varianta 006

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinoamele $f = X^2 + 5X + 7$ și $g = X^2 + 5X + 6$.

- (4p) a) Să se determine rădăcinile complexe ale polinomului f .
- (4p) b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, inecuația $x^2 + 5x + 6 < 0$.
- (4p) c) Să se verifice identitatea $\frac{1}{g(n)} = \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) d) Să se calculeze $S = \frac{1}{g(1)} + \frac{1}{g(2)} + \dots + \frac{1}{g(2006)}$.
- (2p) e) Să se verifice că $f = \left(X + \frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$.
- (2p) f) Să se arate că pentru orice două polinoame $s, t \in \mathbf{R}[X]$, avem relația $g \neq s^2 + t^2$.
- (2p) g) Să se găsească două polinoame $u, v \in \mathbf{C}[X]$, astfel încât să avem relația $g = u^2 + v^2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$ și $f'(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe \mathbf{R} .
- (2p) d) Să se determine ecuația asymptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.
- (2p) f) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x) + f(x+1) = 1 + e$.
- (2p) g) Să se arate că există două funcții $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ și $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ strict crescătoare, astfel încât $f(x) = g(x) - h(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta007

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze $\sin 2\pi$.
- (4p) b) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$ astfel încât punctele $A(1,2)$ și $B(3,5)$ să aparțină dreptei de ecuație $ax + by + 1 = 0$.
- (4p) c) Să se determine conjugatul numărului complex $z = 2 + 5i$.
- (4p) d) Să se calculeze produsul de numere complexe $i^1 \cdot i^2 \cdot i^3 \cdots \cdot i^{10}$.
- (2p) e) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral având lungimea laturii 1.
- (2p) f) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului (MN) , dacă $M(2,4)$ și $N(4,6)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $1 + 2 + 3 + \dots + 37$.
- (3p) b) Să se calculeze $\log_2 8$.
- (3p) c) Să se calculeze probabilitatea ca un element din mulțimea $\{1,2,3,\dots,30\}$ să fie divizibil cu 5.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $2^x = \frac{1}{2}$.
- (3p) e) Să se calculeze $(f \circ f)(1)$, dacă $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ $f(x) = x^2 + x - 1$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x), \forall x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{f(x)}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și polinoamele

$$f = X^2 + X - 2, \quad g = X^{100}.$$

- (4p) a) Să se calculeze matricea A^2 .
- (4p) b) Să se calculeze matricea $A^2 + A - 2I_2$.
- (4p) c) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (2p) d) Să se determine numărul real a , astfel încât $(I_2 + A)(I_2 + aA) = I_2$.
- (2p) e) Să se arate că $\det(I_2 + A^2) = 1$.
- (2p) f) Să se arate că polinomul f se divide cu polinomul $X - 1$.
- (2p) g) Să se determine restul împărțirii polinomului g la polinomul f .

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} - \{-1, -2\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{(x+1) \cdot (x+2)}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(x) - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R} - \{-1, -2\}$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe $[0, \infty)$.
- (2p) d) Să se determine ecuațiile asimptotelor verticale la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se arate că $f(1) + f(2) + \dots + f(n) = \frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} [f(1) + f(2) + \dots + f(n)]$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta008

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

♦

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze conjugatul numărului complex $\sqrt{3} + i$.
- (4p) b) Să se calculeze lungimea segmentului cu extremitățile în punctele $A(4, 1)$ și $C(1, 4)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin \pi + \cos \pi$.
- (4p) d) Să se determine lungimea medianei din A în triunghiul ABC dacă vârfurile sale sunt $A(2,4)$, $B(-3,5)$, $C(1,-3)$.
- (2p) e) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral dacă perimetrul său este egal cu 12.
- (2p) f) Să se calculeze $\sin 105^\circ$ folosind eventual formula $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se rezolve ecuația $\sqrt{1-x} = 2$, $x \leq 1$.
- (3p) b) Să se calculeze suma rădăcinilor polinomului $f = X^2 + X + 1$.
- (3p) c) Să se rezolve ecuația $\log_5 x = \log_5(2x-1)$, $x > \frac{1}{2}$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $2^{2x+1} = 8^x$.
- (3p) e) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $\log_2 n > 1$.

 2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x - x + 1$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) d) Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \sqrt{n}}{n - \sqrt{n}}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ și $C = A \cdot B - B \cdot A$.

- (4p) a) Să se determine matricele A^2 și B^2 .
- (4p) b) Să se calculeze matricea $A + B$.
- (4p) c) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (2p) d) Să se calculeze matricea C^2 .
- (2p) e) Să se calculeze matricea $(A + B)^{2007}$.
- (2p) f) Să se determine suma elementelor matricei $C + C^2 + C^3 + \dots + C^{2007}$.
- (2p) g) Să se calculeze determinantul matricei $C + C^2 + C^3 + \dots + C^{2007}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^3}$ și sirurile $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ și $(b_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$,

$$a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n), \quad b_n = a_n + \frac{1}{2n^2}, \quad \forall n \in \mathbf{N}^*.$$

- (4p) a) Să se calculeze $\int f(x)dx$, $x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0, \infty)$.
- (4p) c) Să se arate că sirul $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ este crescător.
- (2p) d) Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se arate că $\frac{1}{(k+1)^3} < \frac{1}{2k^2} - \frac{1}{2(k+1)^2}$, $\forall k > 0$.
- (2p) f) Să se arate că sirul $(b_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ este descrescător.
- (2p) g) Să se arate că $1 \leq a_n < 1,22$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianța009

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze lungimea înălțimii unui triunghi echilateral cu perimetrul 18.
- (4p) b) Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(3, 0)$ și $C(4, -1)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{6}$.
- (4p) d) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(3, 0)$ și $C(4, -1)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile în punctele $A(3, 0)$, $B(2, 2)$ și $C(4, -1)$.
- (2p) f) Să se calculeze aria unui pătrat cu diagonala de lungime $4\sqrt{2}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze suma soluțiilor reale ale ecuației $x^2 + 7x - 15 = 0$.
- (3p) b) Să se calculeze expresia $\log_2 3 \cdot \log_3 2$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive , ecuația $(\log_2 x)^2 = \log_2 x$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale , ecuația $5^x - 125 = 0$.
- (3p) e) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $C_6^n < 10$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x - \arctgx$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x) dx$.

- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.

- (3p) d) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbf{R} .

- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Varianța 009

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcția $f : [1, \infty) \rightarrow [1, \infty)$, $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$.

- (4p) a) Să se verifice că $f(\sqrt{3}) = \sqrt{3}$.
- (4p) b) Să se arate că $f(x) = 1 + \frac{2}{x+1}$, $\forall x \in [1, \infty)$.
- (4p) c) Să se rezolve, în intervalul $[1, \infty)$, ecuația $f(x) = x$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $[1, \infty)$.
- (2p) e) Să se arate că $(f \circ f)(x) = \frac{2x+3}{x+2}$, $\forall x \in [1, \infty)$.
- (2p) f) Să se arate că, dacă $x, y \in (1, \infty)$, $x \neq y$, atunci $|f(x) - f(y)| < \frac{1}{2}|x - y|$.
- (2p) g) Să se arate că $\left| \frac{p}{q} - \sqrt{3} \right| > 2 \cdot \left| \frac{p+3q}{p+q} - \sqrt{3} \right|$, $\forall p, q \in \mathbb{N}^*$, $p \geq q$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f(e)$ și $f'(e)$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $[e, \infty)$.
- (2p) d) Să se arate că $f(x) \leq \frac{1}{e}$, $\forall x > 0$.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_1^e f(x) dx$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (2p) g) Să se determine $x \in (0, \infty)$, cu proprietatea că $f(x) + f\left(\frac{x^2}{e}\right) = \frac{2}{e}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta010

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(-3,6)$ și $B(5,2)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\cos^2 2007 + \sin^2 2007$.
- (4p) c) Să se calculeze partea reală a numărului complex $\frac{5}{2-i}$.
- (4p) d) Să se calculeze diagonala patratului care are lungimea laturii 5.
- (2p) e) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(-3,6)$ și $B(5,2)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Să se calculeze aria triunghiului ABC , dacă $AB = 6$, $AC = 5$ și $m(\hat{BAC}) = 30^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 4 & 18 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se determine numărul de funcții $f : \{a, b\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ cu proprietatea $f(a) + f(b) = 4$.
- (3p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, ecuația $5^x - 1 = 24$.
- (3p) d) Să se calculeze $1 + 11 + 21 + 31 + \dots + 101$.
- (3p) e) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3x - 1$. Să se determine punctul de coordonate egale, de pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se determine punctul de extrem local al funcției f .
- (3p) d) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\int_1^e f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și polinomul $f = X^2 + 2X - 15$.

- (4p) a) Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X - 3$.
- (4p) b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, ecuația $f(x) = 0$.
- (4p) c) Să se arate că $\det A \neq 0$.
- (2p) d) Să se rezolve sistemul $\begin{cases} -x + 4y = 0 \\ 4x - y = 0 \end{cases}$.
- (2p) e) Să se calculeze matricea A^2 .
- (2p) f) Să se verifice egalitatea $f(A) = O_2$, unde $f(A) = A^2 + 2A - 15I_2$.
- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $(A + B)^n = \begin{pmatrix} 1 & 2n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{(x+1)^3}$ și sirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, $a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n)$.

- (4p) a) Să se calculeze a_1 .
- (4p) b) Să se arate că $a_n = 1 - \frac{1}{(n+1)^3}$.
- (4p) c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) d) Să se arate că sirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ este crescător.
- (2p) e) Să se determine ecuația asymptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) f) Să se calculeze $\int_1^2 \left(f(x) + \frac{1}{(x+1)^3} \right) dx$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\int_1^n \left(f(x) + \frac{1}{(x+1)^3} \right) dx - \frac{1}{2} \right)$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianța011

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine numărul $a \in \mathbf{R}$ astfel încât dreptele de ecuații $3x - y + 5 = 0$ și $ay + x = 6$ să fie paralele.
- (4p) b) Să se determine partea reală a numărului complex $(3-i)(-2+3i)$.
- (4p) c) Să se calculeze $5 \cdot \sin^3 \pi$.
- (4p) d) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime 8.
- (2p) e) Să se arate că expresia $E = 2\sin^2 x + 5 + 2\cos^2 x$ nu depinde de x .
- (2p) f) Să se calculeze numărul complex i^8 .

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Să se calculeze $1+3+3^2+\dots+3^{20}$.
- (3p) b) Să se determine numărul permutărilor mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- (3p) c) Să se determine valorile lui $x \in \mathbf{Z}$, $x \neq 2$, astfel încât $\frac{1}{x-2} \in \mathbf{Z}$.
- (3p) d) Să se calculeze produsul soluțiilor reale ale ecuației $x^2 - 2x - 5 = 0$.
- (3p) e) Să se compare numerele $\log_7 3$ și $\log_7 5$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^3}$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}^*$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} (5x^3 \cdot f(x))$.
- (3p) c) Să se determine ecuația asymptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe $(-\infty, 0)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$, se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x-1 & 1 \\ 2 & x-3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se calculeze matricea $C = B - A$.
- (4p) b) Să se calculeze A^2 .
- (4p) c) Să se calculeze $\det(C)$.
- (2p) d) Să se verifice identitatea $(A - I_2)(A + I_2) = O_2$.
- (2p) e) Să se demonstreze că $C^2 = (2x-4) \cdot C - (\det C) \cdot I_2$.
- (2p) f) Să se arate că $C^2 = (2x-4) \cdot C$ dacă și numai dacă $x \in \{1, 3\}$.
- (2p) g) Să se calculeze $A + A^2 + \dots + A^{2007}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (3, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in (3, \infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{\sqrt{x-3}}$.
- (4p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$.
- (2p) d) Să se arate că dreapta de ecuație $y = x$ este asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se arate că funcția f este crescătoare pe $(3, \infty)$.
- (2p) f) Să se arate că funcția $F : (3, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = \frac{1}{2} \left(x \cdot \sqrt{x^2 - 9} - 9 \cdot \ln(x + \sqrt{x^2 - 9}) \right)$ este o primitivă a funcției f .
- (2p) g) Să se calculeze aria suprafeței plane determinate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuație $x = 4$ și $x = 5$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianța012

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(2, 3)$ la punctul $B(3, 4)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\cos^2 201 + \sin^2 201$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{5}$.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $-2 + 5i$.
- (2p) e) Să se calculeze $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(2, 3)$ și $B(3, 4)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Să se calculeze BC , dacă în triunghiul ABC , $AB = 3, AC = 2$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 8 & -7 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $2^n < 10$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $3^x - 9 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive ecuația $\log_4 x = -1$.
- (3p) e) Să se calculeze expresia $E = C_5^1 - C_5^4$.
2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0, \infty)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{3n+2}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră numărul real $\omega = 2 - \sqrt{3}$ și mulțimea $M = \{a + b\omega \mid a, b \in \mathbf{Z}\}$. Notăm

$\bar{\omega} = 2 + \sqrt{3}$ și cu $G = \{z \in M \mid \exists x \in M \text{ astfel încât } x \cdot z = 1\}$.

- (4p) a) Să se verifice că $0 \in M$ și $1 \in M$.
- (4p) b) Să se verifice că $\omega^2 = 4\omega - 1$.
- (4p) c) Să se arate că, dacă $z, y \in M$, atunci $z + y \in M$ și $z \cdot y \in M$.
- (2p) d) Să se arate că $(a + b\omega)(a + b\bar{\omega}) \in \mathbf{Z}$, $\forall a, b \in \mathbf{Z}$.
- (2p) e) Să se arate că $\omega \in G$.
- (2p) f) Să se arate că mulțimea G are cel puțin 2006 elemente.
- (2p) g) Să se arate că $\omega^{2006} \notin \mathbf{Q}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^{3x} + 2$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se verifice că $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$ și $f'(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.
- (2p) e) Să se arate că $t^2 + t + 1 > 0$, $\forall t \in \mathbf{R}$ și $t^2 - t + 1 > 0$, $\forall t \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se verifice identitatea $f'(x) = \frac{1}{2}((f'(x))^2 + f'(x) + 1) - \frac{1}{2}((f'(x))^2 - f'(x) + 1)$,
 $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se arate că există două funcții $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ și $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ strict crescătoare, astfel
 încât $f(x) = g(x) - h(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta013

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze numărul complex $i + i^2 + \dots + i^8$.
- (4p) b) Să se calculeze $\cos 0^\circ + \sin 0^\circ$.
- (4p) c) Să se calculeze perimetrul triunghiului cu vârfurile în punctele $A(-1,1)$, $B(0,1)$ și $C(0,-1)$.
- (4p) d) Dacă $\vec{u} = -2\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{v} = -\vec{i} + 3\vec{j}$ să se calculeze $-2\vec{u} + \vec{v}$.
- (2p) e) Să se calculeze $2a + b$ astfel încât $ax + by + c = 0$ să reprezinte ecuația dreptei care trece prin punctele $A(2,3)$ și $B(6,5)$.
- (2p) f) Să se calculeze distanța dintre punctele $B(0,1)$ și $C(0,-1)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se determine valorile reale ale lui x pentru care $\sqrt{5-x} \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se rezolve inecuația $9 - x^2 \geq 0$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se rezolve ecuația $C_n^0 + C_n^1 - 1 = 48$, $n \geq 1$, $n \in \mathbf{N}$.
- (3p) d) Să se determine probabilitatea ca un element din mulțimea $\{0,1,2,3,4,5\}$ să fie soluție a ecuației $3^{x^2-4x+3} = 27$.
- (3p) e) Să se arate că mulțimea $M = (2, \infty)$ este parte stabilă a lui \mathbf{R} , în raport cu legea $x \circ y = xy - 2x - 2y + 6$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.

2.Se consideră funcția $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(x+1)$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $\forall x \in (-1, +\infty)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este crescătoare pe $(-1, +\infty)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x \cdot f'(x))$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_1^2 f'(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinomul $f = 2X^2 + 2X + 3$ și $x_1, x_2 \in \mathbf{C}$ rădăcinile sale.

- (4p) a) Să se calculeze $x_1 + x_2$ și $x_1 \cdot x_2$.
- (4p) b) Să se calculeze expresia $f(x) - 2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{2}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că $f(x) \geq \frac{5}{2}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se determine valoarea parametrului real a astfel încât $f = a(X - x_1)(X - x_2)$.
- (2p) e) Să se calculeze valoarea expresiei $2(2 - x_1)(2 - x_2)$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că
- $$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \forall n \in \mathbf{N}^*$$
- (2p) g) Să se calculeze $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n)$, $n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x - x - 1$, $g(x) = f'(x)$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f este crescătoare pe $[0, \infty)$.
- (4p) c) Să se arate că $g'(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se demonstreze că $e^x \geq x + 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se rezolve ecuația $f(x) + 2f'(x) + g'(x) = 4e^3 - x - 3$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2e^{2x}}$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_{-1}^1 \frac{g(x) - e^x}{x^2 + 1} dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta014

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(-5, 0)$ și $B(-1, 3)$.
- (4p) b) Să se calculeze aria unui pătrat cu diagonala de lungime 3 .
- (4p) c) Să se calculeze numărul complex $i + 2i + 3i + \dots + 10i$.
- (4p) d) Să se calculeze conjugatul numărului complex $(-4+i)(5-i)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\cos(2\pi+x)$, unde $\cos x = 0,6$.
- (2p) f) Să se determine $a,b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $C(3, 1)$ și $D(5,-1)$ să fie situate pe dreapta de ecuație $x+ay+b=0$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se rezolve ecuația $3^{x^2} = 81$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $A^2 - A$, pentru $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbf{R})$.
- (3p) c) Să se calculeze probabilitatea ca un element din mulțimea $\{2, 3, 4, \dots, 10\}$ să fie par.
- (3p) d) Să se rezolve ecuația $\begin{vmatrix} C_n^1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$, $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 1$.
- (3p) e) Să se calculeze $\log_3 2 + \log_3 5 - \log_3 10$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(-1)$.
- (3p) b) Să se arate că $f(x) = x + 2 + \frac{5}{x-2}$, pentru $x \in \mathbf{R} \setminus \{2\}$.
- (3p) c) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in \mathbf{R} \setminus \{2\}$.
- (3p) d) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\int_{-1}^1 (x-2)f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră legea de compoziție $x \circ y = x + y - 4$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se arate că $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$, $\forall x, y, z \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că $e = 4$ este elementul neutru în raport cu legea de compoziție „ \circ ”.
- (4p) c) Să se determine simetricul elementului 5 în raport cu legea de compoziție „ \circ ”.
- (2p) d) Să se arate că $(-a) \circ a = -4$, $\forall a \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\underbrace{x \circ x \circ x \circ \dots \circ x}_{denori} = nx - 4(n-1)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$ și $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația: $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{2007\ ori} = 4$.
- (2p) g) Să se calculeze $(-2007) \circ (-2006) \circ \dots \circ 0 \circ \dots \circ 2006 \circ 2007$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (-1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(x+2) - \ln(x+1)$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in (-1, \infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe $(-1, \infty)$.
- (2p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (2p) e) Să se arate că $f(x) > 0$, $\forall x \in (-1, \infty)$.
- (2p) f) Să se arate că $\int_0^x \ln(t+a) dt = x \cdot \ln(x+a) - x + a \ln \frac{x+a}{a}$, $\forall x \in (-a, \infty)$, pentru $a \in (0, \infty)$.
- (2p) g) Să se calculeze aria suprafeței plane determinată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianța015

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(5, -2)$ la punctul $B(-2, 5)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\cos^2 211 + \sin^2 211$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{6}$.
- (4p) d) Să se calculeze conjugatul numărului complex $-4 + 3i$.
- (2p) e) Să se calculeze $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(5, -2)$ și $B(-2, 5)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Să se calculeze BC , dacă în triunghiul ABC , $AB = 4$, $AC = 6$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 6 & 0 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $3^n < 32$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $4^x - 64 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_8 x = -2$.
- (3p) e) Să se calculeze $C_5^1 - C_5^4 + C_5^5$.
2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 4 + \frac{1}{x^3}$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0, \infty)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} f\left(\frac{1}{n}\right)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră numărul real $\omega = 2 - \sqrt{5}$ și mulțimea $M = \{a + b\omega \mid a, b \in \mathbf{Z}\}$. Notăm

$\bar{\omega} = 2 + \sqrt{5}$ și cu $G = \{z \in M \mid \exists x \in M \text{ astfel încât } x \cdot z = 1\}$.

- (4p) a) Să se verifice că $0 \in M$ și $1 \in M$.
- (4p) b) Să se verifice că $\omega^2 = 4\omega + 1$.
- (4p) c) Să se arate că, dacă $z, y \in G$, atunci $z \cdot y \in G$.
- (2p) d) Să se arate că $(a + b\omega)(a + b\bar{\omega}) \in \mathbf{Z}$, $\forall a, b \in \mathbf{Z}$.
- (2p) e) Să se arate că $\omega \in G$.
- (2p) f) Să se arate că mulțimea G are cel puțin 2007 elemente.
- (2p) g) Să se arate că $\omega^{2007} \notin \mathbf{Q}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 5 + 4^x$

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se verifice că $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$ și $f'(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.
- (2p) e) Să se arate că $t^2 + t + 1 > 0$, $\forall t \in \mathbf{R}$ și $t^2 - t + 1 > 0$, $\forall t \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se verifice identitatea $f'(x) = \frac{1}{2}((f'(x))^2 + f'(x) + 1) - \frac{1}{2}((f'(x))^2 - f'(x) + 1)$,
 $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se arate că există două funcții $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ și $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ strict crescătoare, astfel
 încât $f(x) = g(x) - h(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta016

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze aria unui pătrat având latura de lungime egală cu $\sqrt{10}$.
- (4p) b) Se consideră triunghiul MNP în care $MN = 10$, $MP = 10$ și $m(\hat{N}MP) = 90^\circ$. Să se calculeze lungimea laturii NP .
- (4p) c) Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC dacă $A(1, 1)$, $B(4, 1)$ și $C(1, 5)$.
- (4p) d) Se consideră punctele $D(2,3)$, $E(4, 7)$ și $F(a, b)$. Să se determine numerele reale a și b astfel încât punctul E să fie mijlocul segmentului (DF) .
- (2p) e) Să se calculeze lungimea medianei unui triunghi echilateral cu latura de lungime 4.
- (2p) f) Să se calculeze $\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $(\sqrt{2} + \sqrt{8} + 1)(\sqrt{2} - 1) - \sqrt{8}$.
- (3p) b) Se consideră numerele reale $a_1 = x+1$, $a_2 = 8$ și $a_3 = 5x+3$. Să se determine $x \in \mathbf{R}$ astfel încât a_1, a_2, a_3 să fie în progresie aritmetică.
- (3p) c) Să se determine numărul real a astfel încât soluțiile ecuației $x^2 + 2x + a = 0$ să fie egale.
- (3p) d) Să se determine $n \in \mathbf{N}^*$ astfel încât $3! + C_n^1 = 8$.
- (3p) e) Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$. Să se calculeze $A \cdot B$.

2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (3p) c) Să se arate că $f(e) + f\left(\frac{1}{e}\right) \geq 2$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^e \frac{1}{x} dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (n(f(n) - \ln n))$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinoamele $f = X^2 - 12X + 35$, $g = (X - 6)^3 + X - 6$, $h = X^2 - 12X + 37$.

- (4p) a) Să se calculeze $g(6)$.
- (4p) b) Să se determine rădăcinile reale ale polinomului f .
- (4p) c) Să se arate că $f(6+i)$ este un număr real.
- (2p) d) Să se determine restul împărțirii polinomului g la polinomul h .
- (2p) e) Să se determine câtul împărțirii polinomului g la polinomul f .
- (2p) f) Să se calculeze $x_1^2 + x_2^2$ dacă x_1, x_2 sunt rădăcinile polinomului h .
- (2p) g) Să se determine $a \in \mathbf{R}$, pentru care restul împărțirii polinomului g la $X - a$ este 0.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : [-5,5] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(3)$.
- (4p) b) Să se arate că $f(-x) = f(x)$, $\forall x \in [-5,5]$.
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (-5,5)$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe $[0,5]$.
- (2p) e) Să se determine valoarea maximă a funcției f .
- (2p) f) Să se calculeze $\int_{-3}^3 \frac{x}{f(x)} dx$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\int_0^{\frac{1}{x}} f^2(t) dt \right)$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta017

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine aria unui pătrat cu perimetrul egal cu 8.
- (4p) b) Să se determine lungimea înălțimii unui triunghi echilateral având latura de lungime 4.
- (4p) c) Se consideră triunghiul ABC cu $m(\hat{A})=90^\circ$, $AB=6$ și $AC=10$. Să se calculeze $\tg B$.
- (4p) d) Să se determine numărul real a , astfel încât punctul $A(2,a)$ să aparțină dreptei de ecuație $x+y+1=0$.
- (2p) e) Să se scrie coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele $A(1,2)$ și $B(3,4)$.
- (2p) f) Dacă $\sin x = \frac{3}{4}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, să se calculeze $\cos x$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se determine $x, y \in \mathbf{R}$, astfel încât $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$.
- (3p) b) Să se determine cel mai mare element al mulțimii $A = \{10\sqrt{3}, \sqrt{299}, 12\sqrt{2}\}$.
- (3p) c) Să se calculeze $S = \log_2 8 + \log_2 2^{-1}$.
- (3p) d) Să se determine $x \in \mathbf{R}$, astfel încât $2^x + 2^{x+1} = 3$.
- (3p) e) Să se calculeze numărul complex $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4}$.

- 2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$,
- (3p) a) Să se calculeze $f(0)$.
- (3p) b) Să se arate că dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptotă orizontală către $-\infty$ la graficul funcției f .
- (3p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 f(x)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Pentru $n \in \mathbb{N}^*$, se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ și $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x - 2007$,

$$f_n(x) = \underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{de\ n\ ori\ f}(x).$$

- (4p) a) Să se calculeze $f(2006)$.
- (4p) b) Să se rezolve ecuația $f(x+1) - f((x+1)^2) = -2$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze $f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(3000)$.
- (2p) d) Să se calculeze $f_2(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se arate că $f_n(x) = x - n \cdot 2007$, pentru $n \in \mathbb{N}^*$ și $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se determine funcția $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, astfel încât $f(g(x)) = f_3(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se demonstreze că $f(1^3) + f(2^3) + \dots + f(n^3) = \frac{n^2(n+1)^2}{4} - 2007n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{3}{(x^2 + 4)(x^2 + 1)}$.

- (4p) a) Să se demonstreze că $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1} - \frac{1}{x^2 + 4}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe $[0, \infty)$.
- (2p) d) Să se determine ecuația asymptotei orizontale la graficul funcției f către $+\infty$.
- (2p) e) Să se arate că $f(x) \leq \frac{3}{4}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_3^4 f'(x) dx$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(\sqrt{5}) + f(\sqrt{8}) + f(\sqrt{11}) + \dots + f(\sqrt{3n+2}))$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianța018

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze conjugatul numărului complex $1 + 7i$.
- (4p) b) Să se calculeze distanța de la punctul $D(-1, -2)$ la dreapta $x + y - 4 = 0$.
- (4p) c) Să se calculeze valoarea expresiei $2\cos^2 \frac{\pi}{3} - 1$.
- (4p) d) Să se arate că punctele $L(-1, 2)$, $M(-2, 3)$ și $N(-3, 4)$ sunt coliniare.
- (2p) e) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu având lungimea laturii 8.
- (2p) f) Să se calculeze perimetrul pătratului cu aria 100.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze al patrulea termen al unei progresii geometrice cu primul termen 3 și rația 2.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un număr $n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ să verifice relația $n + 9 < 3^n$.
- (3p) c) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^5 + 1$. Să se calculeze $(f \circ f)(-1)$.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, ecuația $\log_2(x^2 + 7) = 3$.
- (3p) e) Să se calculeze suma rădăcinilor polinomului $f = X^2 - X - 24$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^{x^2}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x) dx$.
- (3p) c) Să se determine punctele de extrem local ale funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și polinomul

$$f = X^2 - 6X + 8.$$

- (4p) a) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $f(x) = 0$.
- (4p) b) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (4p) c) Să se calculeze matricea A^2 .
- (2p) d) Să se calculeze câtul împărțirii polinomului $g = X^3$ la polinomul f .
- (2p) e) Să se verifice că $f(A) = O_2$. (unde $f(A) = A^2 - 6A + 8I_2$).
- (2p) f) Să se rezolve sistemul $\begin{cases} 3x + y = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$, unde $x, y \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se demonstreze că $A^n = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4^n + 2^n & 4^n - 2^n \\ 4^n - 2^n & 4^n + 2^n \end{pmatrix}$, $\forall n \in \mathbf{N}, n \geq 1$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (-1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x - \ln(x+1)$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (-1, \infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(-1, 0]$.
- (2p) d) Să se arate că $x \geq \ln(x+1)$, $\forall x \in [0, \infty)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$.
- (2p) g) Să se arate că $\ln \frac{2008}{2007} < \frac{1}{2007}$, folosind eventual punctul d).

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianța019

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(1, 2)$ și $B(2, 1)$.
- (4p) b) Să se determine $m, n \in \mathbf{R}$ astfel încât punctele $A(1, 2)$ și $B(2, 1)$ să aparțină dreptei de ecuație $y = mx + n$.
- (4p) c) Să se arate că triunghiul cu vârfurile $A(0, \sqrt{3})$, $B(-1, 0)$ și $C(1, 0)$ este echilateral.
- (4p) d) Să se calculeze $2 \cdot \sin^2 45^\circ$.
- (2p) e) Să se calculeze numărul complex $(1-i)(1+i)$.
- (2p) f) Să se calculeze aria unui triunghi dreptunghic cu un unghi de 30° și lungimea ipotenuzei egală cu 2.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2$.
- (3p) b) Să se calculeze $5! - 3!$.
- (3p) c) Să se rezolve ecuația $3^x = \frac{1}{3}$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) d) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^5 + 1$ la polinomul $g = X - 2$.
- (3p) e) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x - 2$. Să se calculeze $(f \circ f)(1)$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 + 3x^2$.

- (3p) a) Să se rezolve ecuația $f(x) = 0$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se determine punctele de extrem ale funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x \cdot f'(x)}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ și mulțimea $G = \{X(a) \mid X(a) = I_2 + a \cdot A, a \in \mathbf{R}\}$.

- (4p) a) Să se calculeze A^2 .
- (4p) b) Să se arate că $I_2 \in G$.
- (4p) c) Să se arate că $X(a) \cdot X(b) = X(a+b)$, $\forall a, b \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se calculeze $X(2) \cdot X(-2)$.
- (2p) e) Să se calculeze $X(-2007) \cdot X(-2006) \cdot \dots \cdot X(0) \cdot X(1) \cdot \dots \cdot X(2007)$.
- (2p) f) Folosind metoda inducției matematice, să se arate că $(X(a))^n = X(na)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$,
 $\forall a \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se determine $a \in \mathbf{R}$ astfel încât $(X(a))^{2007} = X(1)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că funcția $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = \ln(1+x^2)$ este o primitivă a funcției f .
- (2p) d) Să se arate că $-1 \leq f(x) \leq 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot f(x)$.
- (2p) f) Să se arate că $\int_a^b f(x) dx = \ln \frac{1+b^2}{1+a^2}$, $\forall a, b \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \int_0^{\frac{1}{x}} f(t) dt$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta020

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A_n(n,1)$, $\forall n \in \mathbb{N}$ și $O(0,0)$.

- (4p) a) Să se verifice că punctele A_0 și A_1 sunt situate pe dreapta de ecuație $y = 1$.
- (4p) b) Să se arate că punctele A_0 , A_1 și A_2 sunt coliniare .
- (4p) c) Să se calculeze aria triunghiului OA_0A_1 .
- (4p) d) Să se calculeze lungimea segmentului $[OA_n]$, $n \in \mathbb{N}$.
- (2p) e) Să se determine numărul dreptelor care trec prin cel puțin 2 puncte din mulțimea $\{O, A_0, A_1, \dots, A_{10}\}$.
- (2p) f) Să se determine numărul triunghiurilor care au vârfurile în câte 3 puncte din mulțimea $\{O, A_0, A_1, \dots, A_{10}\}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $\log_2 8 - \log_3 9 + \log_5 25$.
- (3p) b) Să se determine cel mai mare termen din sirul de numere $C_2^1, C_3^2, C_4^3, C_5^4, C_6^5$.
- (3p) c) Să se rezolve ecuația $5^x = \sqrt{5}$, $x \in \mathbb{R}$.
- (3p) d) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^4 + 1$ la polinomul $g = X + 1$.
- (3p) e) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x + 10$. Să se calculeze $(f \circ f)(1)$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 - 4x$.

- (3p) a) Să se rezolve ecuația $f(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- (3p) c) Să se determine punctele de extrem local ale funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x \cdot f'(x)}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $\mathbf{M}_2(\mathbf{R})$ se consideră matricea $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a, c \in (0, \infty), b \in \mathbf{R} \right\}.$$

(4p) a) Să se arate că $I_2 \in G$.

(4p) b) Să se calculeze determinantul matricei $M = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \in G$.

(4p) c) Să se arate că, dacă $A, B \in G$, atunci $A \cdot B \in G$.

(2p) d) Să se verifice că, dacă $C = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \in G$, atunci matricea $D = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{b}{ac} \\ 0 & \frac{1}{c} \end{pmatrix} \in G$ și

$$C \cdot D = D \cdot C = I_2.$$

(2p) e) Să se găsească două matrice $U, V \in G$ pentru care $U \cdot V \neq V \cdot U$.

(2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} a^n & b(a^{n-1} + a^{n-2}c + \dots + ac^{n-2} + c^{n-1}) \\ 0 & c^n \end{pmatrix}, \quad \forall n \in \mathbf{N}^*, \forall a, b, c \in \mathbf{R}.$$

(2p) g) Să se arate că înmulțirea matricelor determină pe mulțimea G o structură de grup necomutativ.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3^x - 2^x$.

(4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.

(4p) c) Să se arate că $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [0, \infty)$.

(2p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$, știind că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$, $\forall a > 0$.

(2p) e) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .

(2p) f) Să se arate că $\int_0^x a^t dt = \frac{a^x - 1}{\ln a}$, $\forall x \in \mathbf{R}$, $\forall a > 0$, $a \neq 1$.

(2p) g) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianța021

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze conjugatul numărului complex $(\sqrt{2} + \sqrt{3}i)^2$.
- (4p) b) Să se calculeze distanța de la punctul $D(4,5)$ la punctul $E(6,7)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\cos x$, dacă $\sin x = \frac{1}{2}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
- (4p) d) Să se arate că punctele $L(1, 2)$, $M(2, 3)$ și $N(3, 4)$ sunt coliniare.
- (2p) e) Să se calculeze perimetru unui pătrat cu aria 100 .
- (2p) f) Să se determine ipotenuza unui triunghi dreptunghic cu catetele 5 și 12.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se verifice identitatea $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$, $\forall x > 0$
- (3p) b) Să se arate că $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{9 \cdot 10} < 1$
- (3p) c) Să se calculeze probabilitatea ca un element $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $\frac{2}{2x-1} \in \mathbf{Z}$.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1} + 3^x = 12$.
- (3p) e) Să se calculeze produsul rădăcinilor complexe ale polinomului $f = X^4 - X^2 - 20$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + 2^{-x}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.
- (3p) c) Să se determine punctele de extrem local ale funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $f(x) = 2^{-2x} + x$, $x \in \mathbf{R}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră numările complexe $\omega = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$, $\bar{\omega} = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ și multimile

$$\mathbf{Z}[\omega] = \{a + b\omega \mid a, b \in \mathbf{Z}\} \text{ și } H = \{1, \omega, \omega^2, \dots, \omega^5\}.$$

- (4p) a) Să se verifice că $\omega^2 = \omega - 1$.
- (4p) b) Să se arate că $\omega^3 = -1$ și $\omega^6 = 1$.
- (4p) c) Să se calculeze $\omega + \bar{\omega}$ și $\omega \cdot \bar{\omega}$.
- (2p) d) Să se arate că, dacă $n \in \mathbf{N}^*$ și $\omega^n = 1$, atunci 6 divide pe n .
- (2p) e) Să se arate că, dacă $u, v \in \mathbf{Z}[\omega]$, atunci $u + v \in \mathbf{Z}[\omega]$ și $u \cdot v \in \mathbf{Z}[\omega]$.
- (2p) f) Să se arate că $H \subset \mathbf{Z}[\omega]$.
- (2p) g) Să se arate că multimea $\{z \in \mathbf{Z}[\omega] \mid \exists y \in \mathbf{Z}[\omega], \text{ astfel încât } y \cdot z = 1\}$ conține cel puțin 6 elemente.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(1+x^2)$ și $g(x) = \frac{2x}{1+x^2}$.

- (4p) a) Să se arate că $f'(x) = g(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe $(-\infty, 0]$ și strict crescătoare pe $[0, \infty)$.
- (4p) c) Să se arate că $f(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 g(x) dx$.
- (2p) f) Să se arate că graficul funcției f nu admite asimptotă către $+\infty$.
- (2p) g) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x) + f(2x) = 0$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta022

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine conjugatul numărului complex $z = 2007i$.
- (4p) b) Să se calculeze aria triunghiului ABC , cu $A(6, 0)$, $B(0, 8)$ și $C(6, 8)$.
- (4p) c) Să se determine numerele $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(6, 0)$ și $B(0, 8)$ să fie situate pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (4p) d) Să se calculeze partea reală a numărului complex $(2 - 3i)(1 + i)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{3}$.
- (2p) f) Se consideră triunghiul MNP , cu $MN = 5$, $NP = 6$ și $PM = 7$. Să se calculeze $\cos M$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se găsească soluțiile reale ale ecuației $3^{x^2+x} = 9$.
- (3p) b) Să se afle în câte moduri putem permuta elementele mulțimii $\{-1, 0, 1\}$.
- (3p) c) Să se calculeze numărul $\log_2 3 + \log_2 \frac{8}{3}$.
- (3p) d) Să se calculeze numărul $C_4^3 - A_3^1$.
- (3p) e) Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii $\{-3, 1, 4, 6\}$ să fie impar.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^{2007} + x$.

- (3p) a) Să se arate că $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) d) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbf{R} .
- (3p) e) Să se calculeze $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea de matrice $M = \left\{ A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ x-1 & x \end{pmatrix} \middle| x > 0, A(x) \in M_2(\mathbf{R}) \right\}$ și

$$\text{matricea } I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (4p) a) Să se arate că $I_2 \in M$.
- (4p) b) Să se calculeze determinantul matricei $A(2)$.
- (4p) c) Să se demonstreze că $A(x) \cdot A(y) = A(x \cdot y)$, $\forall A(x), A(y) \in M$.
- (2p) d) Să se arate că dacă pentru $x, y \in (0, \infty)$, avem $A(x) = A(y)$, atunci $x = y$.
- (2p) e) Să se arate că există $A(e) \in M$, astfel încât $A(x) \cdot A(e) = A(x)$, $\forall A(x) \in M$.
- (2p) f) Să se demonstreze că pentru orice $A(x) \in M$, există $A(x') \in M$ astfel încât $A(x) \cdot A(x') = A(1)$.
- (2p) g) Să se calculeze $A(2) + A^2(2) + A^3(2) + \dots + A^n(2)$, pentru $n \in \mathbb{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, cu $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ și $g(x) = \ln(1+x^2)$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(0)$ și $g(0)$.
- (4p) b) Să se arate că $f'(x) = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că $g'(x) = 2f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se găsească ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se determine coordonatele punctelor de extrem local ale funcției f .
- (2p) f) Să se demonstreze că pentru orice $x \leq 0$, avem $f(x) \leq 0$ și $g(x) \geq 0$.
- (2p) g) Utilizând eventual rezultatul de la punctul f), să se demonstreze că $\frac{x}{1+x^2} \leq \ln(1+x^2)$, $\forall x \leq 0$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianța023

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, -4)$, $B(1, 2)$ și $C(-2, 1)$.

- (4p) a) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului (AB) .
- (4p) b) Să se calculeze partea reală a numărului complex $(3 + 3i)^2$.
- (4p) c) Să se calculeze conjugatul numărului complex $z = (1 - 2i)^2$.
- (4p) d) Să se calculeze $\cos \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4}$.
- (2p) e) Să se calculeze lungimea medianei din C a triunghiului ABC .
- (2p) f) Să se calculeze coordonatele punctului de intersecție al dreptelor de ecuații $x + y - 1 = 0$ și $x - y + 1 = 0$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se determine al șaselea termen al progresiei aritmetice $2, 4, 6, \dots$
- (3p) b) Să se rezolve ecuația $\begin{vmatrix} x & 0 \\ 8 & x+1 \end{vmatrix} = 0$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se afle câte numere distincte de forma \overline{abc} există, pentru care $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$.
- (3p) d) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3x - 2$. Să se calculeze $f(f(1))$.
- (3p) e) Se consideră polinomul $f \in \mathbf{R}[X]$, $f = X^3 + X^2 + X$. Să se calculeze $f(i)$.

2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln x - x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in (0, \infty)$.
- (3p) b) Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției f .
- (3p) c) Să se arate că f este descrescătoare pe intervalul $(1, \infty)$.
- (3p) d) Să se arate că dreapta de ecuație $x = 0$ este asimptotă verticală la graficul funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} f'(n)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Pe \mathbf{R} definim legea de compoziție $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$. Se consideră $G = (-2, +\infty)$.

- (4p) a) Să se arate că $x \circ y = (x+2)(y+2) - 2$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că dacă $x, y \in G$, atunci $x \circ y \in G$.
- (4p) c) Să se demonstreze că $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$, $\forall x, y, z \in G$.
- (2p) d) Să se arate că există $e \in G$ astfel încât $x \circ e = e \circ x = x$, $\forall x \in G$.
- (2p) e) Să se rezolve ecuația $0 \circ x \circ 0 = 0$, $x \in G$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se demonstreze că

$$\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de } n \text{ ori}} = (x+2)^n - 2, \quad \forall x \in G, \quad \forall n \in \mathbf{N}^*$$
.
- (2p) g) Să se calculeze $\underbrace{0 \circ 0 \circ \dots \circ 0}_{\text{de 2007 ori}}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{e-1}{e^{x+1}}$ și sirul $(a_n)_{n \geq 1}$ astfel încât $a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

- (4p) a) Să se arate că $f(x) = \frac{1}{e^x} - \frac{1}{e^{x+1}}$, pentru orice $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- (4p) c) Să se arate că $f'(x) = -f(x)$, oricare ar fi $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se arate că $a_n = \frac{1}{e} \left(1 - \frac{1}{e^n} \right)$, oricare ar fi $n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) f) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele verticale de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\int_0^n f(x) dx + a_n \right)$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianța024

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$ astfel încât punctele $A(1, -2)$ și $B(2, 1)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (4p) b) Să se rezolve, în mulțimea numerelor complexe, ecuația $z^2 + 1 = 0$.
- (4p) c) Să se calculeze $\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4}$.
- (4p) d) Să se calculeze conjugatul numărului complex $z = \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot i$
- (2p) e) Să se calculeze $\sin 30^\circ + \cos 30^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze aria triunghiului ABC în care $BC = 2, AB = 4$ și $m(\hat{B}) = 30^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se determine valorile parametrului real m pentru care $x^2 + mx + 9 > 0, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se determine $a \in (0, \infty)$ pentru care $\log_3 2 + \log_3 a = 1$.
- (3p) c) Să se determine $b \in \mathbf{R}$ pentru care $9^b = 27$.
- (3p) d) Să se calculeze câte numere de 2 cifre încep și se termină cu o cifră impară.
- (3p) e) Să se determine termenul al șaselea al dezvoltării $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^9$.
2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x + \ln x$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x), x \in (0, \infty)$.
- (3p) b) Să se arate că funcția f este crescătoare pe $(0, \infty)$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} [f(n+1) - f(n)]$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și polinomul

$$f = X^2 - 10X + 16.$$

- (4p) a) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $f(x) = 0$.
- (4p) b) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (4p) c) Să se calculeze matricea A^2 .
- (2p) d) Să se calculeze suma și produsul rădăcinilor polinomului f .
- (2p) e) Să se verifice că $f(A) = O_2$. (Prin $f(A)$ înțelegem matricea $A^2 - 10A + 16I_2$).
- (2p) f) Să se rezolve sistemul $\begin{cases} 5x + 3y = 0 \\ 3x + 5y = 0 \end{cases}$, unde $x, y \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se arate că $A^n = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 8^n + 2^n & 8^n - 2^n \\ 8^n - 2^n & 8^n + 2^n \end{pmatrix}$, $\forall n \in \mathbf{N}, n \geq 2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f' este crescătoare pe \mathbf{R} .
- (4p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$ și $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x)$.
- (2p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x(e^x - 1)}$.
- (2p) f) Să se arate că $f(x) \geq 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se determine $x, y \in \mathbf{R}$ astfel încât $f(x) + f(y) = 2$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta025

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului AB , dacă $A(1,3)$ și $B(-5,-5)$.
- (4p) b) Să se determine aria triunghiului determinat de punctele $A(1,3), B(-5,-5), C(-2,-7)$.
- (4p) c) Să se arate că expresia $E = (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$ nu depinde de x .
- (4p) d) Să se calculeze $\cos^2 x$, dacă $\sin x = \frac{3}{5}$.
- (2p) e) Să se determine aria unui dreptunghi având lungimea 6 și lățimea egală cu $\frac{2}{3}$ din lungime.
- (2p) f) Să se determine $a \in \mathbf{R}$ pentru care punctul $A(1,3)$ aparține dreptei de ecuație $x + y + a = 0$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se determine conjugatul numărului complex $(1+i)(2-2i)$.
- (3p) b) Să se calculeze C_7^6 .
- (3p) c) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $3^{x^2} = 81$.
- (3p) d) Să se rezolve ecuația $\log_2(x-1) = 1$, $x > 1$.
- (3p) e) Să se determine $x \in \mathbf{R}$ astfel încât tripletul $x, x+2, x+3$ să formeze o progresie geometrică.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + 2^x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se arate că $f(x)$ este crescătoare pe \mathbf{R} .
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_1^2 3x^2 dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră submulțimea $G = \left\{ A(x) \mid A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, x \in \mathbf{R} \right\}$.

- (4p) a) Să se calculeze $\det(A(x))$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se demonstreze că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y)$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in G$.
- (2p) d) Să se arate că $A(x) \cdot A(-x) = I_2$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se arate că mulțimea G , împreună cu operația de înmulțire a matricelor, formează o structură de grup comutativ.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se demonstreze că $(A(1))^n = A(n)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se determine $t \in \mathbf{R}$ pentru care $A(1) \cdot A(2) \cdot \dots \cdot A(2007) = A(t)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+2}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe $[1, +\infty)$.
- (4p) c) Să se rezolve, în \mathbf{R} , ecuația $f(x) = 1$.
- (2p) d) Să se arate că $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se determine ecuația asymptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot f(x)$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_0^1 \frac{2x+1}{x^2+2} dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta026

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(13, 2)$ la punctul $B(11, 3)$.
- (4p) b) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(-4 + 3i)(-1 + 2i) = a + bi$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime 6 .
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $-2i - 3$.
- (2p) e) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât punctele $A(13, 2)$ și $B(11, 3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC , $AB = 12$, $AC = 5$ și $\hat{m}(BAC) = 90^\circ$, să se calculeze BC .

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 10 & -2 \\ 50 & -3 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $(n!)^2 \leq 250$.
- (3p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale , ecuația $125^x - 5 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive , ecuația $\log_5 x = 1$.
- (3p) e) Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului $f = X^6 + 1$ la polinomul $g = X^3 + 1$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 12 + \frac{1}{x^{12}}$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}^*$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} ((n^{12} + 1) \cdot f(n))$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 026

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $A = \{3^i \cdot 5^j \mid i, j \in \mathbb{N}\}$.

- (4p) a) Să se verifice că $1 \in A$, $3 \in A$, $5 \in A$ și $9 \in A$.
- (4p) b) Să se verifice că $2 \notin A$ și $7 \notin A$.
- (4p) c) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $1 + a + a^2 + \dots + a^n = \frac{1 - a^{n+1}}{1 - a}$, $\forall a \in \mathbb{R} - \{1\}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.
- (2p) d) Să se arate că $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^k} < \frac{3}{2}$, $\forall k \in \mathbb{N}$.
- (2p) e) Să se arate că $1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^s} < \frac{5}{4}$, $\forall s \in \mathbb{N}$.
- (2p) f) Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A \cap \{1, 2, 3, \dots, 20\}$.
- (2p) g) Să se arate că $\forall n \in \mathbb{N}^*$ și oricare ar fi numerele naturale distincte $a_1, a_2, \dots, a_n \in A$, avem $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < \frac{15}{8}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1+x) - x$ și

$$g : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2}.$$

- (4p) a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{-x}{1+x}$ și $g'(x) = \frac{x^2}{1+x}$, $\forall x > -1$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(0)$ și $g'(0)$.
- (4p) c) Să se arate că $f(x) \leq 0 \leq g(x)$, $\forall x \geq 0$.
- (2p) d) Să se arate că $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice să se arate că $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(4n^2-1)}{3}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+3+5+\dots+(2n-1))n}{1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2}$.
- (2p) g) Să se arate că $\frac{1}{3} \leq \int_0^1 \ln(1+x) dx \leq \frac{1}{2}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 026

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta027

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze lungimea ipotenuzei unui triunghi dreptunghic cu catetele de lungimi 6 și 8 .
- (4p) b) Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(3, 3)$ și $C(4, 4)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3}$.
- (4p) d) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(3, 3)$ și $C(4, 4)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului determinat de punctele $A(3, 3)$, $B(3, 2)$ și $C(4, 4)$.
- (2p) f) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $\frac{2+i}{i-2} = a + bi$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze suma soluțiilor reale ale ecuației $x^2 + 4x - 10 = 0$.
- (3p) b) Să se calculeze $\frac{C_5^2}{C_5^3}$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_5(x+1) = \log_5(x^2 + x)$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $10^x = 100$.
- (3p) e) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n! \geq 20$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(x^2 + 1)$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x) dx$.
- (3p) c) Să se arate că $f(x) \geq f(0)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (3p) d) Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} xf'(x)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $\mathbf{Z}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbf{Z}\}$. Notăm cu F mulțimea funcțiilor $f : \mathbf{Z}[\sqrt{2}] \rightarrow \mathbf{R}$, crescătoare, care verifică $f(x+y) = f(x) + f(y)$, $\forall x, y \in \mathbf{Z}[\sqrt{2}]$.

- (4p) a) Să se arate că dacă $x, y \in \mathbf{Z}[\sqrt{2}]$, atunci $x+y \in \mathbf{Z}[\sqrt{2}]$.
- (4p) b) Să se arate că dacă $g : \mathbf{Z}[\sqrt{2}] \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = tx$, cu $t \in [0, \infty)$ atunci $g \in F$.
- (4p) c) Să se arate că dacă $f \in F$, atunci $f(0) = 0$.
- (2p) d) Să se arate că, dacă $f \in F$, atunci $f(n) = n \cdot f(1)$, $\forall n \in \mathbf{N}$.
- (2p) e) Să se arate că dacă $f \in F$ și $a, b \in \mathbf{Z}$, atunci $f(a+b\sqrt{2}) = af(1) + bf(\sqrt{2})$.
- (2p) f) Să se arate că dacă $f(1) = t \in \mathbf{R}$ și $f \in F$, atunci $t \geq 0$.
- (2p) g) Să se arate că dacă $f \in F$ și $f(\sqrt{2}) = 0$, atunci $f(x) = 0$, $\forall x \in \mathbf{Z}[\sqrt{2}]$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f_0(x) = e^{2x}$ și $f_{n+1}(x) = f'_n(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$, $\forall n \in \mathbf{N}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f_1(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f_0 .
- (4p) c) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $f_n(x) = 2^n e^{2x}$,
 $\forall n \in \mathbf{N}, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se calculeze $f_0(0) + f_1(0) + \dots + f_n(0)$, $n \in \mathbf{N}$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x)}{f_{n+1}(x)}$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x f_n(t) dt}{f_n(x)}$, $n \in \mathbf{N}$.
- (2p) g) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f_0(x) + f_1(x) = 3$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta028

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele $M(1, 2)$, $N(-2, 1)$.
- (4p) b) Să se verifice dacă dreptele de ecuație $2x - y + 5 = 0$ și $y = 2x - 7$ sunt paralele.
- (4p) c) Se consideră un triunghi dreptunghic cu laturile de lungimi 3, 4 și 5. Să se determine lungimea înălțimii dusă din unghiul drept al triunghiului.
- (4p) d) Să se calculeze partea reală a numărului complex $(2 - 10i)(1 + i)$.
- (2p) e) Să se calculeze numărul complex $(1 - i)^4$.
- (2p) f) Să se calculeze $3\sin \frac{\pi}{2} + \cos 0$.

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Se consideră polinomul $f = X^3 + 5X^2 - 7X + 1$. Să se calculeze $f(1)$.
- (3p) b) Dacă $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbf{R})$, să se calculeze probabilitatea ca un element al matricei A^2 să fie egal cu 0.
- (3p) c) Dacă într-o progresie geometrică primul termen este -2 și rația este 3, să se determine termenul al patrulea.
- (3p) d) Să se rezolve, în C, ecuația $2x^2 - x + 1 = 0$.
- (3p) e) Să se calculeze $\begin{vmatrix} 2004 & 0 & 2005 \\ 2006 & 0 & 2007 \\ 2008 & 0 & 2009 \end{vmatrix}$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x \cdot f(x))$.
- (3p) d) Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\int_{-1}^1 f(x)dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{Z})$, se consideră matricele $P = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$,

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ și mulțimea } G = \left\{ A \in M_2(\mathbf{Z}) \mid A^2 = I_2 \right\}.$$

- (4p) a) Să se verifice că $I_2 \in G$.
- (4p) b) Să se arate că $P \in G$ și $Q \in G$.
- (4p) c) Să se calculeze determinantul matricei P .
- (2p) d) Să se calculeze $P \cdot Q$.
- (2p) e) Să se arate că $P \cdot Q \notin G$.
- (2p) f) Să se arate că, dacă $A_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ n & -1 \end{pmatrix}$, $\forall n \in \mathbf{Z}$, atunci $A_n \in G$, $\forall n \in \mathbf{Z}$.
- (2p) g) Să se demonstreze că mulțimea G este infinită.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - x + 1$ și sirul $(a_n)_{n \geq 2}$,

$$a_n = \frac{2^3 + 1}{2^3 - 1} \cdot \frac{3^3 + 1}{3^3 - 1} \cdot \dots \cdot \frac{n^3 + 1}{n^3 - 1}.$$

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se verifice că $f(x+1) = x^2 + x + 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că $\frac{x^3 + 1}{x^3 - 1} = \frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{f(x)}{f(x+1)}$, $\forall x > 1$.
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că
$$a_n = \frac{3n(n+1)}{2(n^2 + n + 1)}, \quad \forall n \in \mathbf{N}, n \geq 2.$$
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\int_0^n f(x) dx}{n^3}$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3} a_n \right)^n$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianța029

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine partea reală a numărului complex $9 - 10i$.
- (4p) b) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(1, 3)$ și $B(2, 1)$.
- (4p) c) Să se determine conjugatul numărului complex $\sqrt{2} + \sqrt{7}i$.
- (4p) d) Să se determine $a \in \mathbb{R}$, astfel încât punctul $A(1, 1)$ să fie situat pe dreapta de ecuație $x + ay + 2 = 0$.
- (2p) e) Să se calculeze $\sin x$, pentru $\cos x = \frac{1}{4}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
- (2p) f) Se consideră triunghiul dreptunghic ABC , având lungimile laturilor 3, 4 și 5.
Să se calculeze aria triunghiului ABC .

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 1$. Să se verifice dacă punctul $M(1, -1)$ este situat pe graficul funcției f .
- (3p) b) Să se rezolve, în \mathbb{R} , ecuația $\begin{vmatrix} x & 0 & 1 \\ 0 & x & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$.
- (3p) c) Să se compare numerele $\log_2 7$ și $\log_2 5$.
- (3p) d) Să se calculeze suma $2 + 4 + 6 + \dots + 20$.
- (3p) e) Să se calculeze C_{10}^6 .
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x-1}$.
- (3p) a) Să se arate că $f(x) = 1 + \frac{1}{x-1}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- (3p) d) Să se arate că f este descrescătoare pe $(1, \infty)$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_2^3 f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{C})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

și mulțimea $G = \{X \in M_2(\mathbf{R}) \mid AX = XA\}$.

- (4p) a) Să se verifice că $A \in G$ și $I_2 \in G$.
- (4p) b) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (4p) c) Să se verifice că $A^2 = -I_2$.
- (2p) d) Să se arate că $A^2 X = X A^2$, $\forall X \in M_2(\mathbf{R})$.
- (2p) e) Să se arate că, dacă $a, b \in \mathbf{R}$, atunci matricea $B = aI_2 + bA \in G$.
- (2p) f) Să se arate că, dacă $X \in G$, atunci există $u, v \in \mathbf{R}$ astfel încât $X = uI_2 + vA$.
- (2p) g) Să se calculeze determinantul matricei $A + A^2 + \dots + A^{2007}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 - x^2 + x^4$.

Notăm cu $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ o primitivă a funcției f .

- (4p) a) Să se calculeze $f(1) + f(-1)$.
- (4p) b) Să se arate că $f(x) = \frac{x^6 + 1}{x^2 + 1}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se determine coordonatele punctelor de extrem local ale funcției f .
- (2p) e) Să se arate că $f(x) \geq \frac{3}{4}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf(x)}{F(x)}$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta030

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(3, -2)$ la punctul $B(-2, 3)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\cos^2 122 + \sin^2 122$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{7}$.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $-4 - i$.
- (2p) e) Să se calculeze $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(3, -2)$ și $B(-2, 3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Să se calculeze BC , dacă în triunghiul ABC , $AB = 4$, $AC = 5$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 23 & -5 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n^3 < 20$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale , ecuația $25^x - 5 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_7 x = -2$.
- (3p) e) Să se calculeze $C_6^2 - C_6^4 + C_6^6$.
2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x+20} + 1$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0, \infty)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se calculeze $\det A$.
- (4p) b) Să se calculeze matricea A^2 .
- (4p) c) Să se calculeze matricea $A - I_2$.
- (2p) d) Să se arate că $A^2 - 2A + I_2 = O_2$.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 10n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se arate că $\det(A - I_2) + \det(A^2 - I_2) + \dots + \det(A^n - I_2) = 0$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se calculeze $\det(A + A^2 + \dots + A^{10})$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(-\infty, 0]$.
- (4p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (2p) d) Să se arate că dreapta de ecuație $y = x$ este asimptota oblică către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x) dx$.
- (2p) f) Să se arate că, dacă $f(x) = f(y)$, $x, y \in \mathbf{R}$, atunci $x^2 - y^2 = 0$.
- (2p) g) Să se rezolve ecuația $f(11x) + f(1984x) = f(21x) + f(2004x)$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianța031

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xoy se dau punctele $A(2,1)$, $B(-2, 1)$ și $C(0,4)$.

- (4p) a) Să se arate că punctele A, B, C sunt necoliniare.
- (4p) b) Să se arate că triunghiul ABC este isoscel.
- (4p) c) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului $[AB]$.
- (4p) d) Să se calculeze lungimea medianei din C a triunghiului ABC .
- (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (2p) f) Să se calculeze conjugatul numărului complex $3 + 5i$.

SUBIECTUL II (30p)

- 1.

 - (3p) a) Să se arate că restul împărțirii polinomului $X^5 - 1$ la polinomul $X - 1$ este egal cu 0.
 - (3p) b) Să se determine $x > 0$, $x \neq 1$, astfel încât $\log_x 4 = 2$.
 - (3p) c) Să se calculeze A_4^2 .
 - (3p) d) Să se calculeze B^2 , dacă $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
 - (3p) e) Să se determine $x \in \mathbf{R}$, dacă $\begin{vmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{vmatrix} = 0$.

- 2.

 - (3p) a) Să se arate că sirul $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$, $a_n = \frac{2n+1}{n+1}$, este crescător.
 - (3p) b) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+1}$.
 - (3p) c) Să se calculeze $f'(x)$, dacă $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sin x$.
 - (3p) d) Să se calculeze $\int_0^{\pi} f'(x) dx$, unde $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ $f(x) = \sin x$.
 - (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x}$, unde $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ $f(x) = \cos x$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, și mulțimea

$$G = \{X \in M_2(\mathbf{R}) \mid AX = XA\}.$$

- (4p) a) Să se arate că $A \in G$ și $I_2 \in G$.
- (4p) b) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (4p) c) Să se arate că $A^2 = -I_2$.
- (2p) d) Să se arate că $A^2 X = X A^2$, $\forall X \in M_2(\mathbf{R})$.
- (2p) e) Să se arate că, dacă $a, b \in \mathbf{R}$, atunci matricea $B = aI_2 + bA \in G$.
- (2p) f) Să se arate că $A^{4k} = I_2$, $\forall k \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se calculeze determinantul matricei $A + A^2 + \dots + A^{2007}$.

SUBIECTUL IV(20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$.

- (4p) a) Să se verifice că $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2 + 1}$, $\forall x \in \mathbf{R}$
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe $(-\infty, 0]$.
- (2p) d) Să se determine ecuația asymptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(n) - 1) \cdot n^2$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(n))^n$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta032

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(-3,4)$, $B(4,3)$, $C(3,-4)$

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului (BC) .
- (4p) b) Să se calculeze coordonatele mijlocului segmentului (AC) .
- (4p) c) Să se arate că $OA = OB = OC$.
- (4p) d) Să se demonstreze că triunghiul ABC este dreptunghic.
- (2p) e) Să se calculeze $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze partea reală a numărului complex $(3+4i)(4+3i)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se rezolve ecuația $2^x + 2^{x+1} = 24$, $x \in \mathbb{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $2 \cdot C_n^2 + n$, pentru $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.
- (3p) c) Să se calculeze termenul al patrulea al dezvoltării $(2x+3)^3$.
- (3p) d) Să se determine câte numere $n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ verifică inegalitatea $6 - 2n \leq 1$.
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $2x = \sqrt{x}$, $x \geq 0$.

2.

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(2)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$.
- (3p) d) Să se arate că $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_{-2}^2 f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_3(\mathbf{R})$ se consideră matricele $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ și } B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (4p) a) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (4p) b) Să se arate că $A^3 = O_3$.
- (4p) c) Să se arate că $A \cdot B = B \cdot A = I_3 - B$.
- (2p) d) Să se calculeze $(A + I_3) \cdot B$.

- (2p) e) Să se demonstreze că $\det((I_3 + A^2)(I_3 - A^2)) = 1$.
- (2p) f) Să se calculeze $A + 2A^2 + 3A^3 + \dots + 10A^{10}$.

- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $(I_3 + A)^n = \begin{pmatrix} 1 & 3n & 6n^2 \\ 0 & 1 & 4n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(2) - f\left(\frac{1}{2}\right)$.
- (4p) b) Să se arate că $f'(x) = \frac{2(x^4 - 1)}{x^3}$, $x > 0$.
- (4p) c) Să se calculeze $\int_{\frac{1}{2}}^2 f'(x) dx$.

- (2p) d) Să se demonstreze că funcția f este crescătoare pe $(1, \infty)$.
- (2p) e) Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției f .
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2x^2}$.

- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(1) + f(\sqrt{2}) + f(\sqrt{2^2}) + \dots + f(\sqrt{2^n})}{2^n}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta ...033

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
 Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
 NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine lungimea segmentului determinat de punctele $A(1,3)$ și $B(1,5)$.
- (4p) b) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele $E(-1,2)$ și $F(2,3)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin x$, pentru $\cos x = \frac{1}{3}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
- (4p) d) Să se calculeze $\cos^2 \frac{\pi}{9} + \sin^2 \frac{\pi}{9}$.
- (2p) e) Să se calculeze partea reală a numărului complex $\frac{3+5i}{5-3i}$.
- (2p) f) Să se calculeze numărul complex i^{100} .

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze $\begin{vmatrix} 1 & -5 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x) = 5$, unde $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + 1$.
- (3p) c) Să se calculeze în câte moduri se pot aranja pe un raft 5 cărți.
- (3p) d) Să se determine numerele reale x, y astfel încât să aibă loc egalitatea $\begin{pmatrix} 3 & x \\ y-2 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2x-3 \\ 4y+4 & -5 \end{pmatrix}$.
- (3p) e) Să se determine probabilitatea ca un element $n \in \{0,1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $3^{n+1} \leq 27$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$, este crescătoare pe $(-\infty, 0)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_{-1}^1 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2007}{n^2 f(n)}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 033

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimile $\mathbf{Z}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbf{Z}\}$ și $M = \left\{ x \in \mathbf{Z}[\sqrt{2}] \mid \frac{1}{x} \in \mathbf{Z}[\sqrt{2}] \right\}$.

- (4p) a) Să se verifice că $0 \in \mathbf{Z}[\sqrt{2}]$ și $1 \in \mathbf{Z}[\sqrt{2}]$.
- (4p) b) Să se arate că, dacă $x, y \in \mathbf{Z}[\sqrt{2}]$, atunci $x + y \in \mathbf{Z}[\sqrt{2}]$.
- (4p) c) Să se arate că, dacă $x, y \in \mathbf{Z}[\sqrt{2}]$, atunci $x \cdot y \in \mathbf{Z}[\sqrt{2}]$.
- (2p) d) Să se arate că $3 + 2\sqrt{2}$ este un element din mulțimea M .
- (2p) e) Să se determine un element $x \in \mathbf{Z}[\sqrt{2}]$ astfel încât $x \notin M$.
- (2p) f) Să se arate că, dacă $x, y \in M$, atunci $x \cdot y \in M$.
- (2p) g) Să se determine un element din mulțimea $M \cap \left(0; \frac{1}{2007}\right)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f_0(x) = e^{3x}$ și $f_{n+1}(x) = f'_n(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}, \forall n \in \mathbf{N}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f_1(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f_0 .
- (4p) c) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $f_n(x) = 3^n e^{3x}$, $\forall n \in \mathbf{N}, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se calculeze $f_0(0) + f_1(0) + \dots + f_n(0)$, $n \in \mathbf{N}$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_1(0) + f_2(0) + \dots + f_n(0)}{f_{n+1}(0)}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x f_{2004}(t) dt}{f_{2004}(x)}$.
- (2p) g) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f_0(x) + f_1(x) = 4$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta034

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(-3,-4)$, $B(4,-3)$, $C(-4,3)$.

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului (BC) .
- (4p) b) Să se arate că punctele B , O și C sunt coliniare.
- (4p) c) Să se calculeze distanța de la punctul A la punctul B .
- (4p) d) Să se calculeze aria triunghiului AOB .
- (2p) e) Să se calculeze $2 \cdot \sin^2 45^\circ + \cos^2 60^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze partea reală a numărului complex $(4-3i)(3-4i)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se rezolve ecuația $\log_2(2^x) = \log_2 8$, $x \in \mathbb{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $C_5^1 + C_5^4$.
- (3p) c) Să se calculeze termenul din mijloc al dezvoltării $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$, pentru $x > 0$.
- (3p) d) Să se determine câte numere $n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ verifică inegalitatea $n^2 - 6n + 5 \geq 0$.
- (3p) e) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $(x-2)(x-3) = 2x^2 - 4x$.

2.

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 7x^6 + 1$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x}$.
- (3p) d) Să se determine punctul de extrem al funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_3(\mathbf{R})$ se consideră matricele $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ și } B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (4p) a) Să se calculeze determinantul matricei $A + B$.
- (4p) b) Să se arate că $A^3 = O_3$.
- (4p) c) Să se arate că $AB = BA = I_3 - B$.
- (2p) d) Să se calculeze $(A + I_3) \cdot B$.
- (2p) e) Să se calculeze $(I_3 - A^2)(I_3 + A^2)$.
- (2p) f) Să se calculeze $\det(A + B) + \det(A^2 + B) + \dots + \det(A^{10} + B)$.
- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $(I_3 + A)^n = \begin{pmatrix} 1 & 2n & 2n^2 - n \\ 0 & 1 & 2n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ $f(x) = \ln \frac{x}{x+1}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(2) + f(3)$.
- (4p) b) Să se arate că $f'(x) = \frac{1}{x(x+1)}$, $x > 0$.
- (4p) c) Să se calculeze $\int_1^e (x+1) \cdot f'(x) dx$.
- (2p) d) Să se demonstreze că funcția f este crescătoare pe $(0, \infty)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_1^e \left(f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) \right) dx$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot (f'(1) + f'(2) + \dots + f'(n))$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta035

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(-1, -1)$ și $B(2, -3)$.
- (4p) b) Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile $A(-3, 0)$, $B(0, 1)$, $C(0, -1)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ$.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $3+4i$.
- (2p) e) Să se calculeze aria unui pătrat având lungimea laturii 4.
- (2p) f) Să se determine $a \in \mathbf{R}$ astfel încât dreptele de ecuații $ax+5y=3$ și $2x+y=5$ să fie paralele.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze media aritmetică a numerelor 3, 10, 17, 24, 31.
- (3p) b) Să se calculeze 3% din 60.
- (3p) c) Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii $\{1, 2, \dots, 10\}$ să fie număr par.
- (3p) d) Să se calculeze $\log_4 \frac{1}{16}$.
- (3p) e) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^3 + 2X + 1$ la polinomul $g = X - 1$.
- 2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 + x - 2$.
 - (3p) a) Să se calculeze $f(1)$.
 - (3p) b) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x) = 0$.
 - (3p) c) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.
 - (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
 - (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se calculeze $\det(A)$.
- (4p) b) Să se calculeze A^2 .
- (4p) c) Să se arate că $A^2 - 2A + I_2 = O_2$.
- (2p) d) Să se calculeze $(A - I_2)^2$.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3n & 1 \end{pmatrix}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\det(A) + \det(A^2) + \dots + \det(A^{2007})$.
- (2p) g) Să se calculeze $\det(A + A^2 + \dots + A^{2007})$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(x+2)}$ și sirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$,

$$a_n = f(1) + f(3) + \dots + f(2n+1), \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

- (4p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (4p) b) Să se arate că $f(x) = \frac{1}{2x} - \frac{1}{2(x+2)}$, $\forall x > 0$.
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x > 0$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe $(0, \infty)$.
- (2p) e) Să se arate că $a_n = \frac{n+1}{2n+3}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot (a_n - \frac{1}{2})$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+1} f(x) dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta036

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze aria unui triunghi cu lungimile laturilor 3, 4, 5 .
- (4p) b) Să se calculeze $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât punctele $A(2,1)$ și $B(2,-1)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$
- (4p) c) Să se determine punctul de intersecție a dreptelor de ecuații $-2x + y - 1 = 0$ și $x + 2y - 4 = 0$.
- (4p) d) Să se verifice dacă punctul $A(1,3)$ este situat pe dreapta de ecuație $x + y - 4 = 0$
- (2p) e) Să se determine partea reală a numărului complex $\frac{1}{1+2i}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\cos 30^\circ - \sin 60^\circ + \tan 45^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Să se rezolve în \mathbb{R} inecuația $-x^2 + 9 > 0$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element din mulțimea $\{1,2,3,\dots,17\}$ să fie impar.
- (3p) c) Să se determine câtul împărțirii polinomului $f = X^4 + X^3 - 2X^2 + X - 3$ la polinomul $X^2 + 3X + 2$.
- (3p) d) Să se arate că punctul $A(-1,5)$ este situat pe graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x + 4$
- (3p) e) Să se rezolve în \mathbb{R} , ecuația $(x+1)(-x^2 + 9) = 0$
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x^2 + 6$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3 + 1}$.
- (3p) d) Să se rezolve, în \mathbb{R} , ecuația $f'(x) = 0$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- (4p) a) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (4p) b) Să se calculeze matricea A^2 .
- (4p) c) Să se determine numărul real a astfel încât $(I_2 + A)(I_2 + aA) = I_2$
- (2p) d) Să se rezolve sistemul $\begin{cases} 2x + 2y = 0 \\ -2x - 3y = 0 \end{cases}, x, y \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se arate că $\det(I_2 + A^n) = 1, \forall n \in \mathbf{N}^*, n \geq 2$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $(I_2 + A)^n = I_2 + n \cdot A, \forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se calculeze determinantul matricei $B = I_2 + 2A + 3A^2 + \dots + 2005A^{2004}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$ și sirul

$(a_n)_{n \geq 1}$, definit prin $a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n)$.

- (4p) a) Să se arate că $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}, \forall x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x), x \in (0, \infty)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.
- (2p) d) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se arate că $a_n = \frac{n^2 + 2n}{(n+1)^2}, \forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)^{n^2}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta037

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze conjugatul numărului complex $z = 7 - i$.
- (4p) b) Să se calculeze aria triunghiului echilateral având lungimea laturii 7.
- (4p) c) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(1,3)$ și $B(2,1)$.
- (4p) d) Să se calculeze $\sin \pi + \cos \pi$.
- (2p) e) Să se calculeze diagonala dreptunghiului care are lungimea 4 și lățimea 3.
- (2p) f) Să se calculeze aria triunghiului care are lungimile laturilor de 3, 4 și 5 .

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $\log_7 49$.
- (3p) b) Să se calculeze determinantul matricei $B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$.
- (3p) c) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x - 7$. Să se calculeze $(f \circ f)(3)$.
- (3p) d) Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ să fie număr impar.
- (3p) e) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $7^x = \sqrt{7}$.

- 2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x-1)^{2007}$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) c) Să se calculeze $f(1)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int f(x) dx$.

- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^{2007}}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră pe $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ legea de compozitie $x * y = x + y - 3xy$.

- (4p) a) Să se calculeze $1 * 2$.
- (4p) b) Să se arate că legea "*" este comutativă.
- (4p) c) Să se arate că legea * este asociativă.
- (2p) d) Să se determine $e \in \mathbf{R}$, astfel încât $e * x = x * e = x$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se rezolve, în \mathbf{R} , ecuația $x * 3 = -5$.
- (2p) f) Să se rezolve ecuația $\sqrt{x+1} * 2 = -3$, $x \geq -1$.
- (2p) g) Să se arate că mulțimea $\mathbf{R} - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$ împreună cu legea de compozitie "*" are o structură de grup abelian.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2+x^2}{x}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(1)$, $f(-1)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$.
- (4p) c) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (2p) d) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se arate că funcția f este crescătoare pe intervalul $[2, \infty)$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (2p) g) Să se arate că $f(x) > 2\sqrt{2}$, $\forall x \in [2, \infty)$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F

Varianța038

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze numărul complex $(2+i)^2 - (2-i)^2$.
- (4p) b) Să se calculeze numărul $\sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3}$.
- (4p) c) Să se determine aria triunghiului ABC cu vârfurile $A(2, 3)$, $B(-2, 5)$ și $C(-3, -2)$.
- (4p) d) Să se determine partea reală a numărului complex $z = \frac{1}{3-i}$.
- (2p) e) Să se găsească soluțiile ecuației $\sin x = 0$, pentru $x \in [0, \pi]$.
- (2p) f) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele $A(2, 3)$ și $B(-2, 5)$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră polinomul $f = X^3 - X^2 + X - 1$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.
 - (3p) a) Să se arate că $f = (X-1)(X^2+1)$.
 - (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii $\{-1, 0, 1\}$ să fie rădăcină a polinomului f .
 - (3p) c) Să se determine rădăcinile polinomului f .
 - (3p) d) Să se calculeze $x_1 + x_2$ și $x_1 \cdot x_2$, unde x_1 și x_2 sunt rădăcinile complexe, care nu sunt reale, ale polinomului f .
 - (3p) e) Să se rezolve ecuația $f(\log_3 x) = 0$, $x \in (0, \infty)$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -x^2 + 4$.
 - (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.
 - (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
 - (3p) c) Să se determine punctul de extrem al funcției f .
 - (3p) d) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe $(0, \infty)$.
 - (3p) e) Să se calculeze aria suprafeței cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele verticale de ecuații $x = -2$ și $x = 2$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Pe mulțimea \mathbf{R} , definim legea de compoziție $x \circ y = xy - x - y + 2$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$. Fie

$$G = (1, +\infty).$$

- (4p) a) Să se arate că $x \circ y = (x-1)(y-1) + 1$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că dacă $x, y \in G$, atunci $x \circ y \in G$.
- (4p) c) Să se demonstreze că $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$, $\forall x, y, z \in G$.
- (2p) d) Să se arate că există $e \in G$ astfel încât $x \circ e = e \circ x = x$, $\forall x \in G$.
- (2p) e) Să se rezolve ecuația $3 \circ x \circ 3 = 9$, $x \in G$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se demonstreze că

$$\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{de\ n\ ori} = (x-1)^n + 1, \quad \forall x \in G, \quad \forall n \in \mathbf{N}^*$$
.
- (2p) g) Să se calculeze $\underbrace{2 \circ 2 \circ \dots \circ 2}_{de\ 2007\ ori}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2(x-1)}{x+1}$ și $g(x) = f(x) - \ln x$.

- (4p) a) Să se arate că $g'(x) = -\frac{(1-x)^2}{x \cdot (1+x)^2}$, pentru $x \in (0, +\infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f(1)$, $g(1)$ și $g'(1)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (2p) d) Să se arate că dreapta de ecuație $x = 0$ este asimptotă verticală la graficul funcției g .
- (2p) e) Să se calculeze $\int_1^e f(x) dx$.
- (2p) f) Să se arate că funcția g este descrescătoare pe intervalul $[1, +\infty)$.
- (2p) g) Să se demonstreze că $\frac{2(x-1)}{x+1} \leq \ln x$, $\forall x \in [1, +\infty)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta039

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine partea reală a numărului complex $1 - i\sqrt{7}$
- (4p) b) Să se calculeze perimetru unui triunghi echilateral având lungimea laturii 2.
- (4p) c) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$ astfel încât dreapta $ax + y = b$ să conțină punctele $A(-1,1)$ și $B(3,5)$.
- (4p) d) Să se calculeze numărul complex $1 + i + i^2 + i^3 + i^4$.
- (2p) e) Să se calculeze raza cercului circumscris unui triunghi cu lungimile laturilor 3, 4, 5.
- (2p) f) Să se calculeze $\cos x$, știind că $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Să se rezolve ecuația $C_n^1 = 5, n \in \mathbf{N}, n \geq 1$
- (3p) b) Se dă funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Să se calculeze $(f \circ f)(2)$.
- (3p) c) Se consideră polinomul $f = X^3 - X^2 + 3X + a$, $f \in \mathbf{R}[X]$. Să se determine parametrul real a , astfel încât $f(1) = 2$.
- (3p) d) Pe \mathbf{R} se consideră legea de compozitie $x * y = x + y + 7$. Să se determine elementul neutru al legii “*”
- (3p) e) Să se calculeze A^2 , dacă $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 + 8$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se rezolve, în \mathbf{R} , ecuația $f(x) = 0$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$.
- (3p) d) Să se rezolve, în \mathbf{R} , ecuația $f'(x) + f(x) = 8$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_{-1}^0 f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $G = \{f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \mid f(x) = ax + 1 - a, a \in \mathbf{R}^*, \forall x \in \mathbf{R}\}$ și funcția $1_{\mathbf{R}} : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, 1_{\mathbf{R}}(x) = x, \forall x \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se arate că dacă $f, g \in G$, atunci $f \circ g \in G$.
- (4p) b) Să se arate că $1_{\mathbf{R}} \in G$.
- (4p) c) Să se arate că $f \circ 1_{\mathbf{R}} = 1_{\mathbf{R}} \circ f = f, \forall f \in G$.
- (2p) d) Să se rezolve, în \mathbf{R} , ecuația $ax + 1 - a = x$, unde $a \in \mathbf{R}^*, a \neq 1$.
- (2p) e) Să se arate că dacă $f \in G$, $f(x) = ax + 1 - a$ și $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = \frac{x-1+a}{a}$, atunci $g \in G$ și $f \circ g = g \circ f = 1_{\mathbf{R}}$.
- (2p) f) Să se arate că mulțimea G , împreună cu compunerea funcțiilor, formează o structură de grup comutativ.
- (2p) g) Să se arate că există $x_0 \in \mathbf{R}$, astfel încât $f(x_0) = x_0, \forall f \in G$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 1}$.

- (4p) a) Să se verifice că $f(x) = x + \frac{2x}{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $\int_{-1}^1 f(x)dx$.
- (4p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x)$.
- (2p) d) Să se determine ecuația asymptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x f(t)dt}{x^2}$.
- (2p) f) Să se calculeze $f'(x), x \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbf{R} .

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta040

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(-1,0)$ și $B(0,2)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\sin 60^\circ + \sin 30^\circ$.
- (4p) c) Să se calculeze aria triunghiului ABC în care $AB = 4$, $BC = 6$ și $m(\hat{A}BC) = 60^\circ$.
- (4p) d) Să se calculeze aria totală a unui cub care are volumul egal cu 27.
- (2p) e) Să se verifice dacă dreptele de ecuații $x + y + 1 = 0$ și $3x + 3y + 4 = 0$ sunt paralele.
- (2p) f) Să se calculeze $\cos(\hat{B}AC)$, dacă în triunghiul ABC avem $AB = 3$, $AC = 2$ și $BC = \sqrt{7}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se determine soluțiile reale ale ecuației $|x + 1| = 2$.
- (3p) b) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\log_2(4x^2 + 1) = \log_2 4$.
- (3p) c) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{0,1,2,3\}$ să verifice relația $2^n \in \{0,1,2,3\}$.
- (3p) d) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât valoarea minimă a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 4x + a$ să fie egală cu 4.
- (3p) e) Să se determine elementul neutru al legii de compozitie definite pe $[5, \infty)$ prin relația $x * y = \sqrt{x^2 + y^2 - 25}$.

2. Se consideră funcția $f : (-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+3}{x+2}$.

- (3p) a) Să se verifice că $f(x) = 1 + \frac{1}{x+2}$, $x \in (-2, +\infty)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (-2, +\infty)$
- (3p) c) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(-2, +\infty)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ și mulțimea

$$M = \{C(x) = xA + B, x \in \mathbf{R}\}$$

- (4p) a) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (4p) b) Să se calculeze matricele A^2 și B^2 .
- (4p) c) Să se arate că $A \cdot B = B \cdot A$.
- (2p) d) Să se arate că $C(x) \cdot C(y) = C(y) \cdot C(x)$, oricare ar fi matricele $C(x), C(y) \in M$.
- (2p) e) Să se calculeze determinantul matricei $C(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se calculeze matricea $(C(x))^2$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $C^n(x) = C(x^n)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f_n(x) = x(1+x)^n$, $n \in \mathbf{N}^*$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'_n(x)$, $n \in \mathbf{N}^*$ și $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se rezolve ecuația $f'_2(x) = 0$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că funcția $f_2(x)$ are un punct de minim local și un punct de maxim local.
- (2p) d) Să se arate că $f_n(x) \leq f_{n+1}(x)$, $x \in [0,1]$, $n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f_n(x) dx$, $n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se arate că $f_n(x) = C_n^0 x + C_n^1 x^2 + C_n^2 x^3 + \dots + C_n^n x^{n+1}$, $\forall x \in \mathbf{R}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se arate că $\frac{C_n^0}{2} + \frac{C_n^1}{3} + \dots + \frac{C_n^n}{n+2} = \frac{n \cdot 2^{n+1} + 1}{(n+1)(n+2)}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta041

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 2)$, $B(3, -3)$ și $C(-9, -3)$.

- (4p) a) Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC .
- (4p) b) Să se arate că triunghiul ABC este dreptunghic.
- (4p) c) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (4p) d) Să se determine $\cos(\hat{BAC})$.
- (2p) e) Să se calculeze coordonatele mijlocului M al segmentului (BC) .
- (2p) f) Să se determine numerele $a, b \in \mathbf{R}$ astfel încât punctele A și B să aparțină dreptei de ecuație $x + ay + b = 0$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se rezolve ecuația $C_n^1 = 2$, $n \in \mathbf{N}^*$.
- (3p) b) Să se rezolve ecuația $\log_3(x+1) = 2$, $x \in (-1, \infty)$.
- (3p) c) Să se calculeze coordonatele vârfului graficului funcției $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2$.
- (3p) d) Să se determine câte numere de patru cifre distincte se pot forma, folosind cifrele 0, 1, 2, 3.
- (3p) e) Pe mulțimea \mathbf{Z} se consideră legea de compozиie asociativă $x \circ y = x + y - 3$.
Să se determine elementul neutru al legii.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x(2-x)$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- (3p) c) Să se determine punctul de extrem al funcției f .
- (3p) d) Să se arate că funcția este crescătoare pe intervalul $(-\infty, 1]$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} \cdot f(n) \right)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 041

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinomul $f \in \mathbf{C}[X]$, $f = 4X^3 - 6X^2 + 4X - 1$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbf{C}$.

Se consideră cunoscute formulele $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$ și

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2, \quad \forall n \in \mathbf{N}^*.$$

- (4p) a) Să se arate că $f = (2X-1)(2X^2-2X+1)$.
- (4p) b) Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $2X-1$.
- (4p) c) Să se determine rădăcinile complexe, care nu sunt reale, ale polinomului f .
- (2p) d) Să se calculeze $x_1 + x_2$ și x_1x_2 , unde x_1 și x_2 sunt rădăcinile complexe nereale ale polinomului f .
- (2p) e) Să se calculeze $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se demonstreze egalitatea $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se demonstreze egalitatea $f(1) + f(2) + \dots + f(n) = n^4$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 e^{-x}$.

- (4p) a) Să se demonstreze că $f(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că $f'(x) = (2x-x^2) \cdot e^{-x}$, pentru $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se determine punctele de extrem local ale funcției f .
- (2p) d) Să se determine ecuația asymptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{f(x)}$.
- (2p) f) Utilizând metoda integrării prin părți, să se calculeze $I_n = \int_0^n f(x) dx$, pentru $n \in \mathbf{N}$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 041

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta042

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze partea reală a numărului complex $\frac{1+i}{2+i}$.
- (4p) b) Să se calculeze coordonatele mijlocului segmentului CD , unde $C(7,8)$ și $D(3,2)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin(x+2\pi)$, dacă $\sin x = 0,8$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
- (4p) d) Să se calculeze aria triunghiului determinat de punctele $L(1,1)$, $M(2,2)$ și $N(-3,3)$.
- (2p) e) Să se determine aria pătratului cu perimetrul 20.
- (2p) f) Să se determine perimetru unui triunghi dreptunghic isoscel cu o catetă de lungime 10.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se determine câtul împărțirii polinomului $f = X^3 + 1$ la polinomul $g = X^2 + X + 1$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii $\{0,1,\dots,125\}$ să fie pătrat perfect.
- (3p) c) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3x + 7$.Să se calculeze $(f \circ f)(10)$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $2^{3x} = 32$.
- (3p) e) Să se calculeze suma cuburilor rădăcinilor polinomului $f = X^2 - 3X + 2$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2e^x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.
- (3p) c) Să se arate că $f(x) \geq 2$, $\forall x \geq 0$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) e) Să se determine ecuația asymptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbf{R} \right\}$ și matricele $A_n = \begin{pmatrix} 1 & n \\ -n & 1 \end{pmatrix}$, $\forall n \in \mathbf{Z}$
 și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se arate că $I_2 \in G$ și $A_2 \in G$.
- (4p) b) Să se calculeze $\det A_n$, $n \in \mathbf{Z}$.
- (4p) c) Să se arate că, dacă $A, B \in G$, atunci $A + B \in G$.
- (2p) d) Să se arate că, dacă $A, B \in G$, atunci $A \cdot B = B \cdot A$.
- (2p) e) Să se arate că $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se arate că, dacă $A = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \in G$, atunci $A^2 = \begin{pmatrix} a^2 - b^2 & 2ab \\ -2ab & a^2 - b^2 \end{pmatrix}$.
- (2p) g) Se consideră matricea $M = A_1^2 + A_2^2 + \dots + A_{2007}^2$ și se notează cu m suma elementelor matricei M . Să se arate că $m < 0$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{4x+4}{x^2(x+2)^2}$ și sirul $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$,
 $a_n = f(1) + f(3) + \dots + f(2n-1)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

- (4p) a) Să se verifice că $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+2)^2}$, $\forall x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x > 0$.
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $a_n = 1 - \frac{1}{(2n+1)^2}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)^{n^2}$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta043

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine numărul complex z pentru care $z - 1 + 2i = 0$.
- (4p) b) Să se calculeze $\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ$.
- (4p) c) Să se determine numărul întreg m știind că punctul $M(m,1)$ este situat pe dreapta de ecuație $y - x = 0$.
- (4p) d) Să se determine $a,b \in \mathbf{R}$ astfel încât dreapta de ecuație $x + ay = b$ să treacă prin punctele $N(2,2)$ și $P(3,3)$.
- (2p) e) Să se calculeze numărul dreptelor care trec prin cel puțin două din punctele $M(1,1), N(2,2), P(3,3), Q(0,3)$.
- (2p) f) Să se calculeze $\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$, folosind eventual formula $\sin x \cdot \cos x = \frac{\sin 2x}{2}$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 4x - 3$.
 - (3p) a) Să se determine câte numere întregi x verifică egalitatea $f(x) = x^2$.
 - (3p) b) Să se calculeze $S = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(20)$.
 - (3p) c) Să se calculeze $(f \circ f)(1)$.
 - (3p) d) Să se determine un număr întreg k pentru care $f(k) > 2$.
 - (3p) e) Să se rezolve, în \mathbf{R} , ecuația $f(x) + 2f(1-x) = 3$.

2. Se consideră funcția $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = x^3 - 3x$.
 - (3p) a) Să se calculeze $g'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
 - (3p) b) Să se determine coordonatele punctelor de extrem local ale funcției g .
 - (3p) c) Să se determine care număr este mai mare : $a = g(\sqrt{2})$ sau $b = g(\sqrt{3})$.
 - (3p) d) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - g(n)}{n}$.
 - (3p) e) Să se calculeze $\int_0^1 g(x)dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și polinoamele

$$f = X^2 - 10X + 16, \quad g = X^n, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 3.$$

- (4p) a) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (4p) b) Să se calculeze A^2 .
- (4p) c) Să se arate că $f(A) = O_2$, unde $f(A) = A^2 - 10 \cdot A + 16 \cdot I_2$.
- (2p) d) Să se rezolve sistemul de ecuații : $\begin{cases} 5x + 3y = 2 \\ 3x + 5y = -2 \end{cases}, \quad x, y \in \mathbb{R}$.
- (2p) e) Să se determine numerele reale t pentru care $f(2^t) = 0$.
- (2p) f) Să se determine cel mai mare număr întreg k astfel încât pentru orice număr real x să avem $f(x) - k \geq 0$.
- (2p) g) Să se arate că pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, restul împărțirii polinomului g la polinomul f este $\frac{8^n - 2^n}{6} \cdot X + \frac{4 \cdot 2^n - 8^n}{3}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

- (4p) a) Să se rezolve ecuația $f(x) = 0$.
- (4p) b) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (2p) d) Să se arate că f este strict crescătoare pe intervalul $(0, e]$ și strict descrescătoare pe intervalul $[e, \infty)$.
- (2p) e) Să se arate că $e \cdot \ln x \leq x$, $\forall x \in (0, \infty)$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_{\frac{1}{e}}^e f(x) dx$.
- (2p) g) Folosind eventual d), să se arate că : $2006^{2007} > 2007^{2006}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta044

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze conjugatul numărului complex $z = 3i$.
- (4p) b) Să se calculeze $\sin^2 \frac{7\pi}{12} + \cos^2 \frac{7\pi}{12}$.
- (4p) c) Să se determine numărul întreg m știind că punctul $M(3,m)$ este situat pe dreapta de ecuație $y - 2x + m = 0$.
- (4p) d) Să se calculeze distanța dintre punctele $N(2,-3)$ și $P(5,1)$
- (2p) e) Să se calculeze volumul unui cub care are lungimea diagonalei egală cu $3\sqrt{3}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$, folosind eventual formula
 $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x$, adevărată pentru orice $x, y \in \mathbf{R}$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 5x - 1$ și $g(x) = \frac{x+1}{5}$

- (3p) a) Să se determine numerele întregi x , care verifică egalitatea $f(x) = x^2 + 3$.
- (3p) b) Să se calculeze $S = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(20)$.
- (3p) c) Să se determine două numere întregi a și b pentru care $f(a) < g(b)$.
- (3p) d) Să se determine un număr întreg k pentru care $1 < g(k) < 2$.
- (3p) e) Să se calculeze $(g \circ f)(x) - x$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

2. Se consideră funcția $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $h(x) = e^x - 1 - x$.

- (3p) a) Să se calculeze $h'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției h .
- (3p) c) Să se arate că $h(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x)}{x}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_0^1 h(x)dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție "◦" prin :

$$x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2, \forall x, y \in \mathbf{R}.$$

- (4p) a) Să se arate că $x \circ y = 3(x+1)(y+1)-1, \forall x, y \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \forall x, y, z \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se determine numărul real a care verifică egalitatea $a \circ x = x, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se determine numărul real b care verifică egalitatea $b \circ x = b, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se calculeze $A = (-5) \circ (-4) \circ (-3) \circ (-2) \circ (-1)$.
- (2p) f) Să se determine numerele reale $t > 0$ pentru care $1 + (\log_2 t) \circ (\log_3 t) = 0$.
- (2p) g) Să se determine două numere $a, b \in \mathbf{Q} - \mathbf{Z}$ pentru care $a \circ b \in \mathbf{Z}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x^4 - 4x + 1$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x), x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că $f(x) \geq 2x \cdot (x-2), \forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se determine punctul de extrem local al funcției f .
- (2p) d) Să se arate că funcția f este crescătoare pe $[1, \infty)$.
- (2p) e) Să se arate că $f(x) \geq -2, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx$.
- (2p) g) Să se arate că $\int_e^{e^2} \frac{x-2}{f(x)} dx \leq \frac{1}{2}$, folosind eventual b).

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta045

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze conjugatul numărului complex $1 + 7i$.
- (4p) b) Să se calculeze distanța de la punctul $D(-1,-2)$ la dreapta $x + y - 4 = 0$.
- (4p) c) Să se determine $a,b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(1,2), B(0,-1)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (4p) d) Să se arate că punctele $L(-1, 2)$, $M(-2, 3)$ și $N(-3, 4)$ sunt coliniare.
- (2p) e) Să se calculeze lungimea diagonalei pătratului cu perimetru 20.
- (2p) f) Să se calculeze perimetrul unui triunghi echilateral cu aria $16\sqrt{3}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Dacă într-o progresie geometrică primul termen este -2 și rația este 2 , să se calculeze termenul al patrulea.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{0,1,2,3,4\}$ să verifice relația $n + 9 < 3^n$.
- (3p) c) Dacă funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + 1$, are inversa $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, să se calculeze $g(2)$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\log_2(x^2 + 7) = 3$.
- (3p) e) Să se calculeze suma coeficientilor polinomului $f = X^3 - X - 24 \in \mathbf{R}[X]$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 10$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x) dx$.

- (3p) c) Să se determine coordonatele punctelor de extrem local ale funcției f .

- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{5x^3}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră submulțimile $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \middle| a \in \mathbf{R}^*, b \in \mathbf{R} \right\}$ și

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} a & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \middle| a \in \mathbf{R}^* \right\}.$$

- (4p) a) Să se arate că $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in H$.
- (4p) b) Să se arate că dacă $X, Y \in G$, atunci $X \cdot Y \in G$.
- (4p) c) Să se arate că dacă $X, Y \in H$, atunci $X \cdot Y \in H$.
- (2p) d) Dacă $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & -b \\ a & 1 \end{pmatrix}$ sunt două elemente din G , să se calculeze $A \cdot B$ și $B \cdot A$.
- (2p) e) Să se arate că dacă $X \in H$, atunci există $Y \in H$ astfel încât $X \cdot Y = Y \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- (2p) f) Să se arate că mulțimea H înzestrată cu operația de înmulțire a matricelor formează o structură de grup comutativ.
- (2p) g) Să se calculeze matricea $\begin{pmatrix} a & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{2007}$, unde $a \in \mathbf{R}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ și sirul $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$,

$$a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n), \forall n \in \mathbf{N}^*.$$

- (4p) a) Să se calculeze a_1 .
- (4p) b) Să se determine ecuația asymptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (4p) c) Să se verifice că $f(x) = \ln(x+1) - \ln x$, $\forall x > 0$.
- (2p) d) Să se calculeze $f'(x)$, $x > 0$.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $a_n = \ln(n+1)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta046

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine conjugatul numărului complex $z = (2+i)(1-2i)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\cos \frac{\pi}{3}$.
- (4p) c) Să se calculeze aria triunghiului ABC în care $AB = 6$, $AC = 6$ și $m(A\hat{B}C) = 45^0$.
- (4p) d) Să se calculeze distanța de la punctul $A(3,-4)$ la dreapta de ecuație $y = 1$.
- (2p) e) Să se calculeze partea reală a numărului complex $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^8}$.
- (2p) f) Să se verifice dacă punctul $M(1,8)$ este situat pe dreapta de ecuație $2x - y + 6 = 0$.

SUBIECTUL II (30p)

- Se consideră mulțimea $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.
 - Să se determine numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii A .
 - Să se calculeze câte elemente din mulțimea A sunt soluții ale ecuației $(2^x - 2) \cdot (2^{x+1} - 1) = 0$.
 - Să se găsească un element din mulțimea A care este soluție a ecuației $\log_2 x = 0$.
 - Să se calculeze probabilitatea ca alegând un element din mulțimea A să obținem o soluție a ecuației $x^2 + x - 2 = 0$.
 - Să se dea un exemplu de mulțime B cu cel puțin 4 elemente astfel încât mulțimea $A \cap B$ să aibă exact 3 elemente .
- Se consideră funcția $h : \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{R}$, $h(x) = x + \frac{1}{x}$.
 - Să se calculeze $h'(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$.
 - Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției h .
 - Să se rezolve inecuația $h(x) \geq 2x$, $x \in (0, \infty)$.
 - Să se determine punctele de extrem local ale funcției h .
 - Să se calculeze $\int_1^2 h(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea G a funcțiilor $f_m : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definite prin $f_m(x) = mx + m - 1$, $m \in \mathbf{R}^*$ și se notează cu $\mathbf{1}_{\mathbf{R}} : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ funcția definită prin $\mathbf{1}_{\mathbf{R}}(x) = x$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f_1(2)$ și $f_2(3)$.
- (4p) b) Să se arate că $\mathbf{1}_{\mathbf{R}} \in G$.
- (4p) c) Să se arate că $f_a \circ f_b = f_{a \cdot b}$, $\forall f_a, f_b \in G$.
- (2p) d) Să se arate că pentru orice $f_a \in G$ sunt adevărate egalitățile $f_a \circ \mathbf{1}_{\mathbf{R}} = \mathbf{1}_{\mathbf{R}} \circ f_a = f_a$.
- (2p) e) Să se arate că pentru orice $f_k \in G$ există $f_j \in G$, astfel încât $f_k \circ f_j = f_j \circ f_k = \mathbf{1}_{\mathbf{R}}$.
- (2p) f) Să se verifice că operația de compunere a funcțiilor determină o structură de grup pe mulțimea G .
- (2p) g) Să se arate, folosind metoda inducției matematice, că $\underbrace{f_a \circ f_a \circ \dots \circ f_a}_{de\ 2007\ ori} = f_{a^{2007}}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 + \ln x - x$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(e) + e$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (4p) c) Să se rezolve ecuația $f'(x) = 0$, $x \in (0, \infty)$.
- (2p) d) Să se arate că f are un singur punct de extrem local.
- (2p) e) Să se determine ecuațiile asymptotelor la graficul funcției f .
- (2p) f) Să se arate că $1 + \ln x \leq x$, $\forall x \in (0, \infty)$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_{\frac{1}{e}}^e f(x) dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta ...047

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(3, 1)$ la punctul $B(4, 3)$.
- (4p) b) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(1+i)(3-2i) = a + bi$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{5}$.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $-4+11i$.
- (2p) e) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât punctele $A(3, 1)$ și $B(4, 3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC , $AB = 5$, $AC = 11$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$, să se calculeze BC .

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} -11 & 2 \\ -10 & 3 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $4^n \geq 64$.
- (3p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, ecuația $81^x - 3 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_5 x = 2$.
- (3p) e) Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului $f = X^4 + X + 1$ la polinomul $g = X^2 + X + 1$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \frac{1}{x^{14}}$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}^*$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se determine ecuația asymptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{n^7}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $A = \{2^i \cdot 3^j \mid i, j \in \mathbb{N}\}$.

- (4p) a) Să se verifice că $1 \in A$, $2 \in A$, $3 \in A$ și $4 \in A$.
- (4p) b) Să se verifice că $5 \notin A$ și $7 \notin A$.
- (4p) c) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $1 + a + a^2 + \dots + a^n = \frac{1 - a^{n+1}}{1 - a}$,
 $\forall a \in \mathbb{R} - \{1\}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.
- (2p) d) Să se arate că $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^k} < 2$, $\forall k \in \mathbb{N}$.
- (2p) e) Să se arate că $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^s} < \frac{3}{2}$, $\forall s \in \mathbb{N}$.
- (2p) f) Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A \cap \{1, 2, 3, \dots, 20\}$.
- (2p) g) Să se arate că $\forall n \in \mathbb{N}^*$ și oricare ar fi numerele naturale distincte $a_1, a_2, \dots, a_n \in A$,
avem $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < 3$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A = \mathbb{R} - \{-10, -20, -30\}$ și funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x + 10)(x + 20)(x + 30)$, $g(x) = f'(x)$, $h(x) = g'(x)$ și $u : A \rightarrow \mathbb{R}$,

$$u(x) = \frac{1}{x + 10} + \frac{1}{x + 20} + \frac{1}{x + 30}.$$

- (4p) a) Să se calculeze $u'(x)$, $x \in A$.
- (4p) b) Să se arate că $g(x) = f(x) \cdot u(x)$, $\forall x \in A$.
- (4p) c) Să se arate că $u'(x) < 0$, $\forall x \in A$.
- (2p) d) Să se arate că $u'(x) = \frac{f(x) \cdot h(x) - g^2(x)}{f^2(x)}$, $\forall x \in A$.
- (2p) e) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției u .
- (2p) f) Să se calculeze $\int_0^1 u(x) dx$.
- (2p) g) Să se arate că $g^2(x) > h(x) \cdot f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta048

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(3,4)$ la punctul $B(5,6)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\cos^2 a + \sin^2 a$, $a \in \mathbb{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{3}$.
- (4p) d) Să se calculeze conjugatul numărului complex $2 - 5i$.
- (2p) e) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât punctele $A(3,4)$ și $B(5,6)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC , $AB = 1, AC = 2$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$, să se calculeze lungimea laturii BC .

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Să se calculeze câte funcții $f : \{a,b\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ au proprietatea $f(a) \neq f(b)$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element n din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n^2 \geq n!$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $4^x - 32 = 0$.
- (3p) d) Să se calculeze $5 + 15 + 25 + 35 + \dots + 95$.
- (3p) e) Dacă funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ și $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sunt $f(x) = x^{10} - 1$ și $g(x) = x^{15} + 1$, să se calculeze $(g \circ f)(0)$.
2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x + x^2)$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este crescătoare pe $(0, \infty)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f'(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} 4x f'(x)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Pentru matricea $M \in M_2(\mathbf{R})$, $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, notăm $tr(M) = a + d$.

- (4p) a) Să se calculeze $tr(A)$, unde $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- (4p) b) Să se arate că, dacă $B = C \in M_2(\mathbf{R})$, atunci $tr(B) = tr(C)$.
- (4p) c) Să se găsească două matrice $P, Q \in M_2(\mathbf{R})$, diferite, pentru care $tr(P) = tr(Q)$.
- (2p) d) Să se arate că, dacă $U, V \in M_2(\mathbf{R})$ și $tr(U) = tr(V)$ și $tr(U^2) = tr(V^2)$, atunci $det(U) = det(V)$.
- (2p) e) Să se arate că $tr(aD + bE) = a \cdot tr(D) + b \cdot tr(E)$, $\forall a, b \in \mathbf{R}$, $\forall D, E \in M_2(\mathbf{R})$.
- (2p) f) Să se arate că $tr(F \cdot G) = tr(G \cdot F)$, $\forall F, G \in M_2(\mathbf{R})$.
- (2p) g) Să se arate că, dacă $L, N \in M_2(\mathbf{R})$ și $tr(L \cdot X) = tr(N \cdot X)$, $\forall X \in M_2(\mathbf{R})$, atunci $L = N$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+4}{x+5}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \geq 0$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe intervalul $[0, \infty)$.
- (4p) c) Să se arate că $\frac{13}{10} \leq f(x) < 3$, $\forall x \in [0, \infty)$.
- (2p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (2p) e) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$, la graficul funcției f .
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x f(t) dt$.
- (2p) g) Să se rezolve, în intervalul $[0, \infty)$, ecuația $f(x) = 2$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta049

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(-3,6)$ și $B(5,2)$.
- (4p) b) Să se calculeze expresia $\cos^2 2007 + \sin^2 2007$.
- (4p) c) Să se calculeze conjugatul numărului complex $\frac{5}{2-i}$.
- (4p) d) Să se calculeze lungimea laturii unui triunghi echilateral cu aria de $10\sqrt{3}$.
- (2p) e) Să se calculeze $a, b \in \mathbf{R}$ astfel încât punctele $A(-3,6)$ și $B(5,2)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Să se calculeze aria triunghiului ABC ,dacă avem $AB = 6$, $AC = 5$ și $m(\hat{BAC}) = 30^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze câtul și restul împărțirii polinoamului $f = X^3$ la polinoamul $g = X + 1$.
- (3p) b) Să se determine numărul de funcții $f : \{a,b\} \rightarrow \{1,2,3\}$ cu proprietatea $f(a) + f(b) = 4$.
- (3p) c) Să se rezolve în multimea numerelor reale ecuația $5^x - 1 = 24$.
- (3p) d) Să se calculeze $1 + 11 + 21 + 31 + \dots + 101$.
- (3p) e) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3x - 1$. Să se determine punctul de pe graficul funcției, care are coordonatele egale.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$.
- (3p) b) Să se afle $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se determine punctele de extrem local ale funcției f .
- (3p) d) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\int_1^e f(x)dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și polinomul $f = X^2 + 2X - 15$.

(4p) a) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $f(x) = 0$.

(4p) b) Să se calculeze determinantul matricei A .

(4p) c) Să se calculeze matricea A^2 .

(2p) d) Să se rezolve sistemul $\begin{cases} -x + 4y = 0 \\ 4x - y = 0 \end{cases}$, $x, y \in \mathbf{R}$.

(2p) e) Să se verifice egalitatea $A^2 + 2A - 15I_2 = O_2$.

(2p) f) Să se calculeze matricea $A \cdot B - B \cdot A$.

(2p) g) Să se demonstreze, folosind metoda inducției matematice, că $(A + B)^n = \begin{pmatrix} 1 & 2n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{(x+1)^3}$ și sirul $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$, $a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n)$.

(4p) a) Să se calculeze a_1 .

(4p) b) Să se demonstreze că $a_n = 1 - \frac{1}{(n+1)^3}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(4p) c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

(2p) d) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.

(2p) e) Să se determine ecuația asymptotei către ∞ la graficul funcției f .

(2p) f) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.

(2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[n^3 \cdot \left(\int_1^n f(x) dx - \frac{3}{8} \right) \right]$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta050

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(1,-1)$ la punctul $B(-2,3)$.
- (4p) b) Să se afle aria triunghiului determinat de punctele $A(1,-1), B(-2,3), C(-2,-7)$.
- (4p) c) Să se arate că expresia $E = 3\sin^2 x + 3\cos^2 x - 2$ nu depinde de x .
- (4p) d) Să se arate că un triunghi având lungimile laturilor de 5, 12 și 13 este dreptunghic.
- (2p) e) Să se calculeze numărul complex $i^3 + i^5$.
- (2p) f) Să se afle perimetrul unui pătrat care are diagonalele de lungime $\sqrt{2}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $\log_2 16$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element x din mulțimea $\{0, 1, 2, 3\}$ să verifice relația $2^x < 5$.

- (3p) c) Să se calculeze A_5^2 .
- (3p) d) Să se rezolve ecuația $2^{\sqrt{x-1}} = 2, x \geq 1$.
- (3p) e) Dacă $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = 2x - 1$ și $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, g(x) = x + 2$, să se calculeze $(f \circ g)(x)$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = e^x - x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x), x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$.
- (3p) c) Să se calculeze coordonatele punctului de extrem local al funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (4p) b) Să se arate că $A^2 = 5A$.
- (4p) c) Să se determine o matrice $B \in M_2(\mathbf{R})$, astfel încât $A \cdot B \neq B \cdot A$.
- (2p) d) Să se determine o matrice $C \in M_2(\mathbf{R})$, $C \neq A$, astfel încât $A \cdot C = C \cdot A$.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $A^n = 5^{n-1} \cdot A, \forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze suma $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{100}$.
- (2p) g) Să se arate că toate elementele matricei $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{100} - A^{101}$ sunt strict negative.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ și sirul $(a_n)_{n \geq 1}$ definit prin

$$a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n), \forall n \in \mathbf{N}^*.$$

- (4p) a) Să se verifice că $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}, \forall x \in (0, +\infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x), x \in (0, \infty)$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0, +\infty)$.
- (2p) d) Să se determine ecuația asymptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (2p) f) Să se arate că $a_n = \frac{n}{n+1}, \forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)^{2n}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta051

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(1,1)$ și $B(3,3)$.
- (4p) b) Să se calculeze diagonala unui pătrat de latură 2.
- (4p) c) Să se calculeze coordonatele mijlocului segmentului $[AB]$.
- (4p) d) Să se calculeze $m \in \mathbf{R}$ astfel încât dreptele $x + y - 4 = 0$ și $mx + 2y - 7 = 0$ să fie paralele.
- (2p) e) Se consideră triunghiul ABC cu $A(1,1)$, $B(3,3)$ și $C(3,1)$. Să se calculeze lungimea medianei corespunzătoare laturii AB .
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC avem $AB = 2\sqrt{2}$, $AC = 2$ și $\hat{m(ACB)} = 90^\circ$ să se calculeze BC .

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze câte submulțimi de 2 elemente numere prime are mulțimea $\{2,3,4,5\}$.
 - (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii $\{2,3,4,5\}$ să verifice relația $n! < 3n + 1$.
 - (3p) c) Să se calculeze suma soluțiilor ecuației $x^2 - 1 = 0$.
 - (3p) d) Să se calculeze suma $C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4$.
 - (3p) e) Să se calculeze produsul primelor 5 zecimale ale numărului $\sqrt{50}$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 5$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
 - (3p) b) Să se afle $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
 - (3p) c) Să se determine punctele de extrem local ale funcției f .
 - (3p) d) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n^3}$.
 - (3p) e) Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 051

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea de polinoame $G = \left\{ f_n \mid f_n = (X^2 + X + 1)^{4n+1} - X, n \in \mathbf{N} \right\}$ și

$$g \in \mathbf{C}[X], g = X^2 + 1.$$

- (4p) a) Să se arate că $g \in G$.
- (4p) b) Să se calculeze $f_n(-1)$.
- (4p) c) Să se calculeze rădăcinile complexe ale polinomului g .
- (2p) d) Să se arate că $f_n(i) = f_n(-i) = 0, \forall n \in \mathbf{N}$.
- (2p) e) Să se calculeze suma coeficienților polinomului f_1 .
- (2p) f) Să se determine restul împărțirii polinomului f_n la polinomul g .
- (2p) g) Să se calculeze $f_0(1) + f_1(1) + f_2(1) + \dots + f_n(1), n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(x^2 + 1)$, $g(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

- (4p) a) Să se verifice că $f'(x) = g(x), \forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se demonstreze că funcția f este strict crescătoare pe intervalul $[0, \infty)$ și strict descrescătoare pe intervalul $(-\infty, 0]$.
- (4p) c) Să se demonstreze că $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (2p) f) Să se determine ecuația asymptotei la graficul funcției g către $+\infty$.
- (2p) g) Să se determine $x, y \in \mathbf{R}$, astfel încât $f(x) + f(y) = 0$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 051

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta052

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.



La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze conjugatul numărului complex $7 + 3i$.
- (4p) b) Să se calculeze distanța de la punctul $D(1, 2)$ la punctul $C(0, 1)$.
- (4p) c) Să se calculeze coordonatele punctului de intersecție dintre dreapta de ecuație $2x + 3y = 25$ și dreapta de ecuație $x + y - 1 = 0$.
- (4p) d) Să se arate că punctele $L(5, 2)$, $M(6, 3)$ și $N(7, 4)$ sunt coliniare.
- (2p) e) Să se calculeze coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele $C(0, 1)$ și $D(1, 2)$.
- (2p) f) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(\sqrt{3} + i)^2 = a + bi$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se verifice identitatea $(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 2(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz)$, $\forall x, y, z \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se arate că, dacă $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + xz$, unde $x, y, z \in \mathbf{R}$, atunci $x = y = z$.
- (3p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x + 9^x + 25^x = 6^x + 10^x + 15^x$.
- (3p) d) Să se calculeze probabilitatea ca un element $x \in \{1, 2, 3\}$ să verifice relația $x^3 < 5x$.
- (3p) e) Să se calculeze suma coeficienților polinomului $f = X^4 + X^3 - X^2 + 1$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x \sin x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x) dx$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este crescătoare pe intervalul $[0, 1]$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{C})$, se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se calculeze AB și BA .
- (4p) b) Să se arate că suma elementelor de pe diagonala principală a AB și BA este aceeași.
- (4p) c) Să se calculeze matricele $A + B$ și $A - B$.
- (2p) d) Să se arate că $\det(A + B) + \det(A - B) = 2(\det(A) + \det(B))$.
- (2p) e) Să se demonstreze că $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice , să se arate că $\det(A_1 A_2 \dots A_n) = \det(A_1)\det(A_2) \dots \det(A_n)$, $\forall A_1, \dots, A_n \in M_2(\mathbf{C})$ și $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se arate că $\det(A^n) = \det^n(A)$, $\forall A \in M_2(\mathbf{C})$ și $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4$ și

$$F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, F(x) = \int_0^x f(t)dt, \quad \forall x \in \mathbf{R}.$$

- (4p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (4p) b) Să se verifice că $(x-1)f(x) = x^5 - 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se arate că $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se arate că funcția F este strict crescătoare pe \mathbf{R} .
- (2p) f) Să se rezolve ecuația $F(x) = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{5}$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se arate că $F(x) < xf(x)$, $\forall x > 0$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta053

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine partea reală a numărului complex $z = (1+i)(1-2i)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\cos \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4}$.
- (4p) c) Să se calculeze aria triunghiului ABC în care $AB = 5$, $AC = 5$ și $m(A\hat{B}C) = 45^\circ$.
- (4p) d) Să se calculeze distanța de la punctul $A(2,-3)$ la dreapta de ecuație $y = 2$.
- (2p) e) Să se dea un exemplu de număr real x pentru care $1 + \cos x = 0$.
- (2p) f) Să se determine numărul întreg a , astfel încât punctul $P(a,0)$ să fie situat pe dreapta de ecuație $3x - y - 3 = 0$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x = 16^{20}$.
- (3p) b) Să se calculeze determinantul matricei $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.
- (3p) c) Să se determine numărul real $t > 0$ pentru care $2 + \log_3 t = 0$.
- (3p) d) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^4 + X^3 - 2X - 2$ la polinomul $g = X + 1$.
- (3p) e) Să se calculeze $2 + 12 + 22 + \dots + 102$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x \cdot (x^2 - 1)$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se determine coordonatele punctelor de extrem local ale funcției f .
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(n)$
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n^3}$
- (3p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $G = \{f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} / f(x) = ax + b, a, b \in \mathbf{R}, a \neq 0\}$ și se notează cu $\mathbf{1}_{\mathbf{R}} : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ funcția definită prin $\mathbf{1}_{\mathbf{R}}(x) = x, \forall x \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se determine funcția $f \in G$ pentru care $f(2) = 5$ și $f(3) = 8$.
- (4p) b) Să se arate că $\mathbf{1}_{\mathbf{R}} \in G$.
- (4p) c) Să se arate că dacă $f, g \in G$, atunci $f \circ g \in G$.
- (2p) d) Să se arate că pentru orice $f \in G$ sunt adevărate egalitățile $f \circ \mathbf{1}_{\mathbf{R}} = \mathbf{1}_{\mathbf{R}} \circ f = f$.
- (2p) e) Să se arate că pentru orice $f \in G$ există $g \in G$, astfel încât $f \circ g = g \circ f = \mathbf{1}_{\mathbf{R}}$.
- (2p) f) Să se determine două funcții $f, g \in G$ pentru care $f \circ g \neq g \circ f$.
- (2p) g) Să se arate că (G, \circ) formează o structură de grup necomutativ.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x \cdot \ln x$

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se rezolve ecuația $f'(x) = 0$, $x \in (0, \infty)$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe intervalul $\left[\frac{1}{e}, \infty\right)$.
- (2p) d) Să se determine care număr este mai mare $a = f\left(\frac{1}{e}\right)$ sau $b = f\left(\frac{2}{e}\right)$.
- (2p) e) Să se arate că $1 + e \cdot x \cdot \ln x \geq 0$, $\forall x \in (0, \infty)$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_1^e f(x) dx$.
- (2p) g) Să se arate că pentru orice primitivă $F : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ a funcției f , avem $F(2007) > F(2006)$

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta054

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze aria unui triunghi având lungimile laturilor egale cu 3, 4 și 5
- (4p) b) Să se calculeze distanța de la punctul $D(1,2)$ la punctul $C(0,1)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin x$, știind că $\operatorname{tg}x = 1$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
- (4p) d) Să se arate că punctele $L(5, 2)$, $M(6, 3)$ și $N(7, 4)$ sunt coliniare.
- (2p) e) Să se calculeze aria unui pătrat cu perimetru 28.
- (2p) f) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(\sqrt{3} + i)^4 = a + bi$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $C_6^0 - C_6^1 + C_6^5 - C_6^6$.
- (3p) b) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_4 x = -3$.
- (3p) c) Să se determine probabilitatea ca alegând un element din mulțimea $\{10, 11, \dots, 35\}$ să fie divizibil cu 5.
- (3p) d) Să se afle câtul și restul împărțirii polinomului $f = X^6 - 2X^3 + 1$ la polinomul $g = X^2 + X + 1$.
- (3p) e) Să se rezolve, în \mathbf{R} , ecuația $8^x - 16 = 0$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sin^2 x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x)dx$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este crescătoare pe intervalul $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$, $f(z) = 4z - 3\bar{z}$, pentru numărul compex $z = a + ib$, $a, b \in \mathbf{R}$, am notat prin $\bar{z} = a - ib$.

- (4p) a) Să se arate că $\bar{\bar{z}} = z$, $\forall z \in \mathbf{C}$.
- (4p) b) Să se arate că $\overline{z+w} = \bar{z} + \bar{w}$ și $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$, $\forall z, w \in \mathbf{C}$.
- (4p) c) Să se arate că $z \in \mathbf{R}$ dacă și numai dacă $z = \bar{z}$.
- (2p) d) Să se calculeze $f(i) + f(1)$.
- (2p) e) Să se verifice că $\overline{f(z)} = 4\bar{z} - 3z$, $\forall z \in \mathbf{C}$.
- (2p) f) Să se arate că, $(f \circ f)(z) = \frac{7^2 + 1}{2}z - \frac{7^2 - 1}{2}\bar{z}$, $\forall z \in \mathbf{C}$.
- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că, $\forall n \in \mathbf{N}^*$ și $\forall z \in \mathbf{C}$, avem

$$\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{de n ori f}(z) = \frac{7^n + 1}{2}z - \frac{7^n - 1}{2}\bar{z}.$$

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \left(\frac{\ln x}{x}\right)^3$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f(e)$ și $f'(e)$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe intervalul $(0, e]$ și strict descrescătoare pe intervalul $[e, \infty)$.
- (2p) d) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se calculeze $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (2p) g) Să se determine $x, y \in (0, \infty)$ astfel încât $f(x) + f(y) = \frac{2}{e^3}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta055

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului (AB) , dacă $A(1,3)$ și $B(-5,-5)$.
- (4p) b) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului (AB) .
- (4p) c) Să se arate că expresia $E = (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$ nu depinde de x .
- (4p) d) Să se calculeze $\cos x$, dacă $\sin x = \frac{3}{5}$ și $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.
- (2p) e) Să se calculeze aria unui dreptunghi având lungimea de 6 și lățimea egală cu $\frac{2}{3}$ din lungime.
- (2p) f) Să se calculeze conjugatul numărului complex $z = (1+i)(2-2i)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se verifice dacă punctul $A(0,5)$ este situat pe graficul funcției $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3x + 5$.
- (3p) b) Să se calculeze $C_{11}^3 - C_{11}^8$.
- (3p) c) Să se rezolve în \mathbf{R} , ecuația $3^{x^2} = 81$.
- (3p) d) Să se rezolve ecuația $\log_2(x-1) = 1$, $x > 1$.
- (3p) e) Să se calculeze probabilitatea ca un element din mulțimea $\{10, 11, 12, 13\}$ să fie par.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se arate că $f(x)$ este crescătoare pe intervalul $[0, +\infty)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n^2 + 1}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_1^2 3x^2 dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră submulțimea $G = \left\{ A(x) \mid A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ x & 1 \end{pmatrix}, x \in \mathbf{R} \right\}$

- (4p) a) Să se arate că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y)$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se verifice că $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in G$.
- (4p) c) Să se calculeze determinantul matricei $A(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se arate că $A(x) \cdot A(-x) = I_2$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se arate că mulțimea G , împreună cu operația de înmulțire a matricelor, formează o structură de grup comutativ.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se demonstreze că $(A(1))^n = A(n)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se determine $t \in \mathbf{R}$ pentru care $A(1) \cdot A(2) \cdot \dots \cdot A(27) = A(t)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se rezolve ecuația $f'(x) = 0$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că $f(x)$ este descrescătoare pe intervalul $[1, +\infty)$.
- (2p) d) Să se arate că $-1 \leq f(x) \leq 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se determine ecuația asymptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot f(x)$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x) dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta056

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(1,-2)$ și $B(4,2)$.
- (4p) b) Să se calculeze lungimea diagonalei unui patrat care are aria egală cu 49 .
- (4p) c) Să se calculeze $\sin 5\pi + \cos 5\pi$.
- (4p) d) Să se determine numărul complex z pentru care $z \cdot (1-i) = 2$.
- (2p) e) Să se determine o dreaptă paralelă cu dreapta de ecuație $y = 3$.
- (2p) f) Să se determine un număr real x pentru care $\cos x = \cos^2 x$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $C_4^3 - 3!$.
- (3p) b) Să se determine numărul real a astfel încât $\begin{vmatrix} a & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 6$.
- (3p) c) Să se determine numărul natural x , știind că numerele 3,x,15 sunt , în această ordine,în progresie aritmetică .
- (3p) d) Să se determine numărul strict pozitiv x pentru care $\log_4 x = 3$.
- (3p) e) Să se determine funcția de gradul întâi $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ pentru care $f(1) = 3$ și $f(3) = 1$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sin x + \cos x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^{\pi} (f(x) - \cos x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ și polinoamele $f = X^2 - 4X + 3$, $g = X^2 - 3X + 2$

- (4p) a) Să se calculeze A^2 .
- (4p) b) Să se calculeze determinantul matricei $B = A + A^2 + A^3 + A^4$.
- (4p) c) Să se determine matricea $f(A)$, unde $f(A) = A^2 - 4 \cdot A + 3 \cdot I_2$.
- (2p) d) Să se afle rădăcinile polinomului f .
- (2p) e) Să se arate că ecuațiile $f(x) = 0$ și $g(x) = 0$ au o soluție comună.
- (2p) f) Să se determine numărul real t pentru care $f(2^t) = 0$ și $g(2^t) = 0$.
- (2p) g) Să se dea un exemplu de polinom h , de gradul al treilea, care împărțit la polinomul g să dea restul $X + 1$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

- (4p) a) Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- (4p) b) Să se arate că $f(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$, $\forall x \in [0, \infty)$.
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in [0, \infty)$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este crescătoare pe intervalul $[0, \infty)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x^2) dx$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(n))^n$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(2) \cdot f(3) \cdot \dots \cdot f(n))$

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta057

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze partea reală a numărului complex $(1+i)^4$.
- (4p) b) Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(1, -2)$ și $C(1, -3)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4}$.
- (4p) d) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(1, -2)$ și $C(1, -3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului determinat de punctele $A(1, -2)$, $B(2, 2)$ și $C(1, -3)$.
- (2p) f) Să se calculeze aria unui triunghi dreptunghic isoscel care are lungimea ipotenuzei $6\sqrt{2}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul matricei $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze expresia $\frac{C_6^2}{C_6^4}$.
- (3p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive ecuația $\log_5 x = \log_5(x^2 - x + 1)$.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x - 3^x = 0$.
- (3p) e) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n^3 \geq 25$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + \sin x$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x) - \cos x}{f(x) - \sin x}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $f'(x) + f(x) = \sin x + \cos x$, $x \in \mathbf{R}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$, $f(z) = 4z - \bar{z}$. Pentru numărul complex $z = a + ib$, $a, b \in \mathbf{R}$, notăm prin $\bar{z} = a - ib$.

- (4p) a) Să se arate că $\bar{\bar{z}} = z$, $\forall z \in \mathbf{C}$.
- (4p) b) Să se arate că $\overline{z+w} = \bar{z} + \bar{w}$ $\forall z, w \in \mathbf{C}$.
- (4p) c) Să se arate că $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$, $\forall z, w \in \mathbf{C}$.
- (2p) d) Să se calculeze $f(i) + f(2i) + f(3i)$.
- (2p) e) Să se verifice că $\overline{f(z)} = 4\bar{z} - z$, $\forall z \in \mathbf{C}$.
- (2p) f) Să se arate că $(f \circ f)(z) = \frac{5^2 + 3^2}{2}z - \frac{5^2 - 3^2}{2}\bar{z}$, $\forall z \in \mathbf{C}$.
- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că, $\forall n \in \mathbf{N}^*$ și $\forall z \in \mathbf{C}$, avem

$$\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{de n ori f}(z) = \frac{5^n + 3^n}{2}z - \frac{5^n - 3^n}{2}\bar{z}.$$

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 + \frac{\ln x}{x}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(e)$ și $f(e)$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe intervalul $(0, e]$.
- (2p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_1^e f(x)dx$.
- (2p) f) Să se arate că $ef(x) \leq 1 + e$, $\forall x \in (0, \infty)$.
- (2p) g) Să se determine $x, y \in (0, \infty)$ astfel încât $f(x) + f(y) = 2 + \frac{2}{e}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta058

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A_n(n,0)$ și $B_n(0,n)$, cu $n \in \{1,2,3\}$

și se notează cu M mulțimea formată din aceste 6 puncte .

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului (A_1B_2) .
- (4p) b) Să se calculeze aria triunghiului $A_1A_2B_2$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin(A_1\hat{A}_2B_2)$.
- (4p) d) Să se arate că în mulțimea M se găsesc două puncte situate pe dreapta de ecuație $x + 2y - 2 = 0$.
- (2p) e) Să se determine coordonatele punctului de intersecție al dreptelor A_1B_2 și A_2B_1 .
- (2p) f) Să se calculeze numărul dreptelor determinate de elementele mulțimii M .

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se determine numărul real x pentru care $27 - 3^x = 0$.
- (3p) b) Să se calculeze suma soluțiilor reale ale ecuației $x^2 - 4x + 1 = 0$.
- (3p) c) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^4 + X^3 + 2X^2 + X + 1$ la polinomul $g = X + 1$.
- (3p) d) Să se calculeze în câte feluri pot fi alese 3 persoane dintr-o echipă de 5 persoane.

- (3p) e) Să se calculeze C_6^2 .

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- (3p) c) Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.
- (3p) e) Să se arate că $f(x) \leq 2$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ și pe mulțimea $M_2(\mathbf{R})$

se definește legea de compoziție "◦" prin $X ◦ Y = X \cdot Y + Y \cdot X$, $\forall X, Y \in M_2(\mathbf{R})$.

(4p) a) Să se arate că $\det A = \det B$.

(4p) b) Să se arate că $A^2 \neq B^2$.

(4p) c) Să se determine matricea $D = A ◦ B$.

(2p) d) Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 3 \\ z + x = 5 \end{cases}$, $x, y, z \in \mathbf{R}$.

(2p) e) Să se calculeze determinantul matricei $U = A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 + A^6$.

(2p) f) Să se arate că pentru orice matrice $X \in M_2(\mathbf{R})$ este adevărată egalitatea $X ◦ C = C ◦ X$.

(2p) g) Să se dea un exemplu de două matrice diferite $S, T \in M_2(\mathbf{R})$, $S \neq C, T \neq C$

pentru care $S ◦ T = T ◦ S$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x}{e^x}$.

(4p) a) Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .

(4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) c) Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției f .

(2p) d) Să se arate că $f(x) \leq \frac{1}{e}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

(2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(f(1) + \frac{1}{2} \cdot f(2) + \frac{1}{3} \cdot f(3) + \dots + \frac{1}{n} \cdot f(n) \right)$.

(2p) g) Să se arate că $e \cdot \pi < e^\pi$, folosind eventual punctul d).

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta059

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine numărul complex z pentru care $z - 3 + 4i = 0$.
- (4p) b) Să se calculeze conjugatul numărului complex $3 - 4i$.
- (4p) c) Să se calculeze $\cos 2\pi + \cos \pi$.
- (4p) d) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu lungimea laturii egală cu 3 .
- (2p) e) Să se calculeze distanța de la punctul $N(3,0)$ la punctul $P(2,1)$.
- (2p) f) Să se calculeze aria triunghiului MNP , unde $M(1,0), N(3,0), P(2,1)$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se determine numărul real $x > 0$ pentru care $3 - \log_3 x = 0$.
- (3p) b) Să se calculeze câte submulțimi are mulțimea $A = \{a, b, c\}$.
- (3p) c) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^4 - X + 1$ la polinomul $g = X - 1$.

- (3p) d) Să se calculeze $C_5^4 + C_5^3$.

- (3p) e) Să se calculeze $1 + 2 + \dots + 20$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 \cdot e^x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(0)$.

- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

- (3p) d) Să se determine punctele de extrem local ale funcției f .

- (3p) e) Să se calculeze $\int_1^2 \frac{1}{x^2} \cdot f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră submulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} / a \in \mathbf{R}^* \right\}$.

- (4p) a) Să se arate că $I_2 \in G$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- (4p) b) Să se arate că dacă $A \in G$, atunci $\det A \neq 0$.
- (4p) c) Să se arate că dacă $A, B \in G$, atunci $A \cdot B \in G$.
- (2p) d) Dacă $A = \begin{pmatrix} a & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} b & 1-b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ sunt două elemente din G , să se determine matricea $C = A \cdot B - B \cdot A$.
- (2p) e) Dacă $A \in G$, să se determine A^2 și A^3 .
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\begin{pmatrix} a & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} a^n & 1-a^n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + 2y + z = 4 \\ 2x + y + z = 5 \end{cases}$, $x, y, z \in \mathbf{R}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$ și sirul $(a_n)_{n \geq 1}$ definit prin $a_n = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(x) - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}$, $x \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze primii doi termeni ai sirului $(a_n)_{n \geq 1}$.
- (4p) c) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) d) Să se arate că $a_n < a_{n+1}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) e) Să se arate că $a_n = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^n \left(f(x) + \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta060

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)
(4p)

- a) Să se calculeze partea reală a numărului complex $\frac{4+5i}{6+7i}$.

(4p)

- b) Să se calculeze distanța de la punctul $D(4,5)$ la punctul $E(5,4)$.

(4p)

- c) Să se calculeze $\sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{3}$.

(4p)

- d) Să se arate că punctele $L(0,1)$, $M(0,2)$ și $N(0,3)$ sunt coliniare.

(2p)

- e) Să se calculeze aria triunghiului ABC cu $AB = 10$, $AC = 12$ și $m(\hat{A}) = 60^\circ$.

(2p)

- f) Să se calculeze diagonala unui pătrat cu aria 144.

SUBIECTUL II (30p)
1.
(3p)

- a) Să se calculeze determinantul matricei $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 12 & 2 & 0 \\ 1 & 10 & 3 \end{pmatrix}$.

(3p)

- b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $x \in \{1,2,\dots,90\}$ să fie pătrat perfect.

(3p)

- c) Dacă funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + 1$, are inversa $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, să se calculeze $g(3)$.

(3p)

- d) Să se rezolve în multimea numerelor reale ecuația $x^3 - x = 0$.

(3p)

- e) Să se calculeze produsul tuturor rădăcinilor polinomului $f = X^4 + X^3 + X + 1$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3^x + x$.

(3p)

- a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(3p)

- b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(3p)

- c) Să se arate că funcția f nu are puncte de extrem local.

(3p)

- d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

(3p)

- e) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x) = 3^{2x} + x$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III(20p)

(4p) a) Să se arate că $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} - \frac{(x+y)^2}{a+b} = \frac{(xb-ya)^2}{ab(a+b)}$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$ și $\forall a, b \in (0, \infty)$.

(4p) b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{3} = \frac{(x+x^2)^2}{5}$.

(4p) c) Să se arate că $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \geq \frac{(x+y)^2}{a+b}$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$ și $\forall a, b \in (0, \infty)$.

(2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $\forall x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbf{R}$ și

$$\forall a_1, a_2, \dots, a_n \in (0, \infty), \text{ avem inegalitatea } \frac{x_1^2}{a_1} + \frac{x_2^2}{a_2} + \dots + \frac{x_n^2}{a_n} \geq \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}.$$

(2p) e) Să se arate că $\frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{x+z} + \frac{z^2}{x+y} \geq \frac{x+y+z}{2}$, $\forall x, y, z \in (0, \infty)$.

(2p) f) Să se arate că $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} \geq \frac{9}{2(a+b+c)}$, $\forall a, b, c \in (0, \infty)$.

(2p) g) Să se arate că, dacă $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n \in (0, \infty)$, atunci $(a_1^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1 b_1 + \dots + a_n b_n)^2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln\left(e^x + \frac{1}{e^x}\right)$ și $g(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$.

(4p) a) Să se arate că $f'(x) = g(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) b) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(-\infty, 0]$ și strict crescătoare pe intervalul $[0, \infty)$.

(4p) c) Să se verifice că $f(x) \geq \ln 2$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$.

(2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 g(x) dx$.

(2p) f) Să se determine ecuația asimptotei la graficul funcției f către $+\infty$.

(2p) g) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x) + f(2x) = \ln 4$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta061

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete
SUBIECTUL I (20p)

Se consideră dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 8$ și $AD = 6$ și O mijlocul segmentului AC .

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului (AC) .
- (4p) b) Să se calculeze aria dreptunghiului $ABCD$
- (4p) c) Să se calculeze $\operatorname{tg}(B\hat{A}C)$.
- (4p) d) Să se calculeze distanța de la punctul O la dreapta AB .
- (2p) e) Să se calculeze $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}$.
- (2p) f) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât dreapta $x + ay + b = 0$ să conțină punctele $M(1,0)$ și $N(9,6)$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul matricei $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.
- (3p) b) Să se determine numerele $n \in \mathbf{N}$ pentru care $n! < 20$.
- (3p) c) Să se determine $x > 0$, dacă $\lg x - \lg 2 = \lg 8$.
- (3p) d) Să se determine restul împărțirii polinomului $X^3 - 2X^2 + 7$ la polinomul $X - 2$.
- (3p) e) Să se determine $f^{-1}(5)$, dacă $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x + 3$, unde f^{-1} este inversa funcției f .

2. Se consideră funcția $f : (0; \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln x$.

- (3p) a) Să se determine $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$.
- (3p) c) Să se arate că f este strict crescătoare pe $(0, \infty)$.
- (3p) d) Să se demonstreze că $f(x) > 0$, $\forall x \in (1; \infty)$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră ecuația $x^2 - \sqrt{2}x + 1 = 0$ și numerele complexe $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$ și

$$x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i).$$

- (4p) a) Să se arate că numerele x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației date.
- (4p) b) Să se arate că numărul x_2 este conjugatul numărului x_1 .
- (4p) c) Să se determine $x_1 + x_2$ și să se arate că $x_1^2 + x_2^2 = 0$.
- (2p) d) Să se arate că $x_1^4 = x_2^4 = -1$.
- (2p) e) Folosind eventual egalitatea, $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$, $\forall a, b \in \mathbb{C}$, să se calculeze $x_1^3 + x_2^3$.
- (2p) f) Să se calculeze $x_1^{2007} + x_2^{2007}$.
- (2p) g) Să se arate că sirul de numere $x_1 + x_2, x_1^2 + x_2^2, \dots, x_1^n + x_2^n, \dots$ are cel puțin patru elemente diferite.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{4}{x}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}^*$.
- (4p) b) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (4p) c) Să se demonstreze că funcția f este crescătoare pe $[2; \infty)$.
- (2p) d) Să se determine punctele de extrem local ale funcției f .
- (2p) e) Să se arate că $f(x) \geq 4$, $\forall x \in [2; \infty)$.
- (2p) f) Să se arate că $\int_2^4 f(x)dx \geq 8$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{f(n)}{n} \right)^n$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta062

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 2)$, $B(2, 4)$, $C(4, 0)$.

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la A la B .
- (4p) b) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului (AC) .
- (4p) c) Să se calculeze lungimea medianei din B a triunghiului ABC .
- (4p) d) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (2p) e) Să se calculeze $\cos^2 30^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze conjugatul numărului complex $3i^2 + 6i$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $1^5 - 2^4 + 3^3 - 4^2 + 5^1$.
- (3p) b) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2^x$. Să se calculeze $f(f(2))$.
- (3p) c) Să se determine probabilitatea ca un element n al mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$ să verifice relația $2^n \leq n^2$.
- (3p) d) Să se calculeze C_{20}^2 .
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $\log_2(x+1) = 2$, pentru $x > -1$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^5$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbf{R} .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x \cdot f'(x)}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 062

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_3(\mathbf{R})$ se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ și legea de compozиție $X \circ Y = X + Y - 3I_3$, $\forall X, Y \in M_3(\mathbf{R})$.

- (4p) a) Să se calculeze matricea A^2 .
- (4p) b) Să se calculeze matricea A^{2007} .
- (4p) c) Să se calculeze matricea $A \circ A$.
- (2p) d) Să se arate că $X \circ Y = Y \circ X$, $\forall X, Y \in M_3(\mathbf{R})$.
- (2p) e) Să se arate că $(X \circ Y) \circ Z = X \circ (Y \circ Z)$, $\forall X, Y, Z \in M_3(\mathbf{R})$.
- (2p) f) Să se arate că există $E \in M_3(\mathbf{R})$, astfel ca $X \circ E = X$, $\forall X \in M_3(\mathbf{R})$.
- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că

$$\underbrace{X \circ X \circ \dots \circ X}_{de n ori} = nX - 3(n-1)I_3, \quad \forall n \in \mathbf{N}^*, \quad \forall X \in M_3(\mathbf{R}).$$

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f_0(x) = xe^x$, $f_{n+1}(x) = f'_n(x)$, $n \in \mathbf{N}$ și sirul $a_n = f_1(0) + f_2(0) + \dots + f_n(0)$, $n \in \mathbf{N}^*$.

- (4p) a) Să se calculeze $f_0(0)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f_1(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze $\int_0^1 f_1(x) dx$.
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $f_n(x) = e^x(x+n)$, $\forall n \in \mathbf{N}$.
- (2p) e) Să se arate că $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$, pentru $n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$.
- (2p) g) Să se arate că $\int_0^1 f_{n+1}(x) dx \geq \int_0^1 f_n(x) dx$, $\forall n \in \mathbf{N}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta063

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze conjugatul numărului complex $\sqrt{5} + i\sqrt{3}$.
- (4p) b) Să se calculeze distanța de la punctul $E(1,2)$ la dreapta de ecuație $x + y + 1 = 0$.
- (4p) c) Să se calculeze valoarea expresiei $1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{6}$.
- (4p) d) Să se arate că punctele $L(1, 2)$, $M(3, 3)$ și $N(5, 4)$ sunt coliniare.
- (2p) e) Să se calculeze aria unui pătrat cu diagonala de lungime $5\sqrt{2}$.
- (2p) f) Să se determine lungimea înălțimii unui triunghi echilateral cu perimetru 24.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $C_5^3 + C_5^2 + C_5^1 + C_5^0$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $x \in \{0,1,2,3,4,\}$ să verifice relația $3^x > 3!$.
- (3p) c) Dacă funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + 10$, are inversa $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, să se calculeze $g(11)$.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, ecuația $3^x = \frac{1}{27}$.
- (3p) e) Să se calculeze produsul și suma rădăcinilor polinomului $f = X^2 + 2X - 1$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$.

- (3p) a) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $(f(x) - 1)^3 - x^3 = 0$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.
- (3p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot f'(x)}{f(x)}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră numerele complexe $\omega = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$, $\bar{\omega} = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ și mulțimea

$$\mathbf{Z}[\omega] = \{a + b\omega \mid a, b \in \mathbf{Z}\}.$$

- (4p) a) Să se verifice că $0 \in \mathbf{Z}[\omega]$ și $1 \in \mathbf{Z}[\omega]$.
- (4p) b) Să se verifice că $\omega^2 - \omega + 1 = 0$.
- (4p) c) Să se calculeze $\omega + \bar{\omega}$ și $\omega \cdot \bar{\omega}$.
- (2p) d) Să se arate că $\omega^3 = -1$.
- (2p) e) Să se arate că, dacă $z, y \in \mathbf{Z}[\omega]$, atunci $z + y \in \mathbf{Z}[\omega]$ și $z \cdot y \in \mathbf{Z}[\omega]$.
- (2p) f) Să se arate că $a^2 + ab + b^2 = \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4}$, $\forall a, b \in \mathbf{Z}$.
- (2p) g) Să se arate că, dacă $z \in \mathbf{Z}[\omega]$, atunci $z \cdot \bar{z} \in \mathbf{N}$. (Prin \bar{z} am notat conjugatul numărului complex z)

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(e^x + 1)$ și $g(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$.

- (4p) a) Să se arate că $f'(x) = g(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe \mathbf{R} .
- (4p) c) Să se verifice că $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 g(x) dx$.
- (2p) f) Să se determine ecuația asymptotei către $+\infty$, la graficul funcției f .
- (2p) g) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x^3) = \ln 2$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta064

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 3)$, $B(3, 5)$, $C(5, 1)$.

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la A la B .
- (4p) b) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului (AC) .
- (4p) c) Să se calculeze lungimea medianei din B a triunghiului ABC .
- (4p) d) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (2p) e) Să se calculeze $\cos^2 60^\circ$.
- (2p) f) Să se determine conjugatul numărului complex $3i^2 + 4i$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2$.
- (3p) b) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2$. Să se calculeze $f(f(2))$.
- (3p) c) Să se determine probabilitatea ca un element n al multimii $\{1, 2, 3, 4\}$ să verifice relația $2^n \leq n^2$.
- (3p) d) Să se calculeze C_{10}^2 .
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $\log_2(x+1) = 3$, $x > -1$.
- 2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 + 3x$.
 - (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
 - (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
 - (3p) c) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbf{R} .
 - (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
 - (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{xf'(x)}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În multimea $M_3(\mathbf{R})$ se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$$B_k = (I_3 + A)^k, k \in \mathbf{N}^*$$

- (4p) a) Să se calculeze $\det(A)$.
- (4p) b) Să se calculeze suma elementelor matricei A^2 .
- (4p) c) Să se calculeze A^3 .
- (2p) d) Să se calculeze $\det(B_1)$.
- (2p) e) Folosind metoda inducției matematice, să se arate că $B_n = \begin{pmatrix} 1 & 2n & 4n^2 - n \\ 0 & 1 & 4n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\det(B_1 + B_2 + \dots + B_{10})$.
- (2p) g) Să se calculeze suma elementelor matricei $B_1 + B_2 + \dots + B_{10}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$ și sirul $(x_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$,

$$x_n = \frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \dots + \frac{1}{f(n)}, n \in \mathbf{N}^*$$

- (4p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in (0, \infty)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (2p) d) Să se calculeze $\int_1^a f(x)dx$, $a \in (1, \infty)$.
- (2p) e) Să se arate că $x_n = \frac{n(n+1)}{2}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n^2}$.
- (2p) g) Să se arate că dacă numerele strict pozitive a, b, c sunt în progresie geometrică atunci numerele $\int_1^a f(x)dx$, $\int_1^b f(x)dx$, $\int_1^c f(x)dx$ sunt în progresie aritmetică.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta065

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze lungimea laturii unui triunghi echilateral cu perimetrul 33.
- (4p) b) Să se calculeze lungimea laturii AC ,dacă în triunghiul ABC , $BC = 5$, $m(\hat{A}) = 90^\circ$ și $\sin B = \frac{3}{5}$,
- (4p) c) Să se calculeze distanța de la punctul $A(1,2)$ la punctul $B(0,1)$.
- (4p) d) Să se calculeze conjugatul numărului complex $2 + 3i$.
- (2p) e) Să se calculeze $\cos x$, dacă $\sin x = \frac{2}{3}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
- (2p) f) Să se calculeze $\cos A$,dacă în triunghiul ABC avem $AB = 6$, $AC = 8$, $BC = 10$,

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3x - 2$ și $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = 3 - 2x$.
- (3p) a) Să se calculeze $(f \circ g)(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se determine coordonatele punctului de intersecție al graficelor funcțiilor f și g .
- (3p) c) Să se calculeze $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$.
- (3p) d) Să se rezolve inecuația $(f(x))^2 \geq (g(x))^2$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) e) Să se arate că $\sqrt{f(3) + g(3)} \in \mathbf{N}$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - \frac{1}{x^2}$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$.
- (3p) b) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) c) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(-\infty, 0)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 \cdot f(x))$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_1^{\sqrt{2}} f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Pe mulțimea \mathbf{C} a numerelor complexe se consideră legea de compoziție “ \circ ”, definită prin $x \circ y = xy + 3ix + 3iy - 9 - 3i$, pentru orice $x, y \in \mathbf{C}$.

- (4p) a) Să se arate că $x \circ y = (x + 3i)(y + 3i) - 3i$, pentru orice $x, y \in \mathbf{C}$.
- (4p) b) Să se arate că $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$, pentru orice $x, y, z \in \mathbf{C}$.
- (4p) c) Să se verifice că dacă $e = 1 - 3i$, atunci $x \circ e = x$, pentru orice $x \in \mathbf{C}$.
- (2p) d) Să se determine două elemente $a, b \in \mathbf{C} - \mathbf{R}$, astfel încât $a \circ b \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de } n \text{ ori}} = (x + 3i)^n - 3i$, oricare ar fi $n \in \mathbf{N}^*$ și $x \in \mathbf{C}$.
- (2p) f) Dacă $z = \underbrace{4 \circ 4 \circ \dots \circ 4}_{\text{de 2007 ori}}$, să se calculeze conjugatul numărului complex $z + 3i$.
- (2p) g) Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe, ecuația $x \circ x = -3i$.

SUBIECTUL IV (20p)

Pentru orice $n \in \mathbf{N}$, se consideră funcțiile $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, cu $f_0(x) = e^x + e^{-x}$ și

$$f_{n+1}(x) = f'_n(x), \forall x \in \mathbf{R}.$$

- (4p) a) Să se arate că $f_0(-x) = f_0(x), \forall x \in \mathbf{R}$
- (4p) b) Să se demonstreze că $f_0(x) \geq 2, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze $f_1(x), x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se demonstreze că $\forall k \in \mathbf{N}, \forall x \in \mathbf{R}$,
$$f_{2k}(x) = f_0(x) \text{ și } f_{2k+1}(x) = f_1(x).$$
- (2p) e) Să se arate că $\int_0^x f_1(t) dt = f_0(x) - 2, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_0^1 (f_0(x) + f_1(x) + \dots + f_{2007}(x)) dx$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_0(0) + f_1(0) + \dots + f_n(0)}{n}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta066

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze aria triunghiului având lungimile laturilor 12 , 5 și 13 .
- (4p) b) Să se calculeze distanța de la punctul $D(1,-2)$ la punctul $E(0,1)$.
- (4p) c) Să se calculeze conjugatul numărului complex $z = -1 - 4i$.
- (4p) d) Să se arate că punctele $L(4, 2)$, $M(3, 3)$ și $N(2, 4)$ sunt coliniare.
- (2p) e) Să se calculeze perimetru pătratului cu aria 100.
- (2p) f) Să se calculeze $\cos x$, știind că $\sin x = \frac{1}{4}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = 2X^3 - 4X^2 + 5X - 1$ la polinomul $X + 1$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $x \in \{0,1,2,3,4\}$ să verifice relația $2^x \leq 10$.
- (3p) c) Dacă funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x - 2$, are inversa $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, să se calculeze $g(0)$.
- (3p) d) Să se rezolve în multimea numerelor reale , ecuația $\log_2(2x^2 + 7) = \log_2(x^4 + 8)$.
- (3p) e) Să se calculeze suma cuburilor rădăcinilor polinomului $f = X^3 - X$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ $f(x) = x^3 + x - 2007$,

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se arate că f este crescătoare pe \mathbf{R} .
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2}$.
- (3p) d) Să se rezolve în \mathbf{R} , ecuația $f'(x) = 4$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

- (4p) a) Să se verifice identitatea $xy - \frac{1}{xy} - \left(x + y - \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) = \frac{(x-1)(y-1)(xy-1)}{xy}$, $\forall x, y \in \mathbf{R}^*$.
- (4p) b) Să se rezolve în \mathbf{R}^* ecuația $x^3 - \frac{1}{x^3} = x + x^2 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$.
- (4p) c) Să se arate că $ab - \frac{1}{ab} \geq a + b - \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$, $\forall a, b \in [1, \infty)$.
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}^*, \forall a_1, a_2, \dots, a_n \in [1, \infty)$, avem $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n - \frac{1}{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \geq a_1 + a_2 + \dots + a_n - \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} - \dots - \frac{1}{a_n}$.
- (2p) e) Să se arate că, dacă $a, b, c \in [0, \infty)$, atunci $2^{a+b+c} - 2^{-a-b-c} \geq 2^a + 2^b + 2^c - 2^{-a} - 2^{-b} - 2^{-c}$.
- (2p) f) Să se arate că, dacă $x > y > 0$, atunci $x - \frac{1}{x} > y - \frac{1}{y}$.
- (2p) g) Să se arate că, dacă $a \in [1, \infty)$, atunci $a^n - \frac{1}{a^n} \geq n \left(a - \frac{1}{a} \right)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, definite prin $f_0(x) = 1$ și $f_{n+1}(x) = \int_0^x f_n(t) dt$,

$\forall n \in \mathbf{N}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se verifice că $f_1(x) = x$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $f_2(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f_1(x) + f_2(x) = 0$.
- (2p) d) Să se arate că $f_n(x) = \frac{x^n}{n!}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se arate că $f'_{n+1}(x) = f_n(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$, $\forall n \in \mathbf{N}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f_3(x)}{f_2(x)}$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(1)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta067

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze $\sin \frac{\pi}{3}$.
- (4p) b) Să se determine numărul real a , astfel încât punctele $A(1,2)$, $B(-1,0)$ și $C(0,a)$ să fie coliniare.
- (4p) c) Să se calculeze lungimea înălțimii din M a triunghiului MNP dacă $NP = 10$ și aria este egală cu 20.
- (4p) d) Să se calculeze coordonatele punctului T , mijlocul segmentului $[NP]$, unde $N(1,2)$, $P(3,2)$.
- (2p) e) Să se calculeze lungimea medianei din M a triunghiului MNP , dacă $M(2,4)$, $N(1,2)$ și $P(3,2)$.
- (2p) f) Să se determine numărul real b dacă $S(2,3)$, $Q(3,b)$ și $\overrightarrow{SQ} = \vec{i} + \vec{j}$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $A = \{10, 11, \dots, 30\}$.

- (3p) a) Să se calculeze suma elementelor mulțimii A .
- (3p) b) Să se determine numărul de elemente ale mulțimii A .
- (3p) c) Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii A să fie divizibil cu 3.
- (3p) d) Să se determine numărul elementelor mulțimii A , divizibile cu 5.
- (3p) e) Să se calculeze C_{10}^3 .

2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln x + \frac{x^2}{2}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (3p) b) Să se arate că funcția f este crescătoare pe intervalul $(0, \infty)$.
- (3p) c) Să se arate că $f'(x) \geq 2$, $\forall x \in (0, \infty)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^e \left(f(x) - \frac{x^2}{2} \right) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ și mulțimile $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -3b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbf{C} \right\}$,

$G' = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -3b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbf{R}, a^2 + 3b^2 = 1 \right\}$. Dacă $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, notăm $'X = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se calculeze determinantul matricei A , dacă $A \in G'$.
- (4p) b) Să se arate că dacă $A, B \in G'$, atunci $A \cdot B \in G'$.
- (4p) c) Să se demonstreze că dacă $A \in G'$, atunci $\det(A - 'A) \geq 0$.
- (2p) d) Să se determine matricea $A \in G'$ cu proprietatea că $'A \in G'$.
- (2p) e) Să se calculeze matricea P^4 .
- (2p) f) Să se determine matricele $A \in G$ cu proprietatea că $(A + 'A)^2 = 4I_2$.
- (2p) g) Să se calculeze matricea $(A - 'A)^{4n}$, dacă $A \in G$ și $n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f, g, h : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 + 3^x + 3x$, $g(x) = x^e + e^x + ex$, $h(x) = g(x) - ex$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(2)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (2p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3 - 3x}{g(x) - x^e - ex}$.
- e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că
- (2p) $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se arate că $f(x) \geq g(x)$, $\forall x \geq 1$.
- (2p) g) Să se arate că $h(1) + h(2) + \dots + h(n) \leq \frac{n^2(n+1)^2}{4} + \frac{3(3^n - 1)}{2}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta068

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze lungimea diagonalei unui dreptunghi cu lungimile laturilor de 8 și 6.
- (4p) b) Să se calculeze aria unui pătrat, având perimetru de 16.
- (4p) c) Să se calculeze distanța de la punctul $A(6,5)$ la punctul $B(2,3)$.
- (4p) d) Să se calculeze simetricul punctului $A(6,5)$ față de punctul $B(2,3)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\sin^2 x$, pentru $\cos x = \frac{1}{2}$.
- (2p) f) Să se calculeze aria triunghiului ABC dacă $AC = 6$, $BC = 4$ și $\sin C = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze produsul soluțiilor ecuației $x^3 + 3x^2 + 2x = 0$.
- (3p) b) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^3 - 4X^2 + X + 1$ la $g = X - 1$.
- (3p) c) Să se determine conjugatul numărului complex $z = (2+i)^2$.
- (3p) d) Să se determine numerele naturale x astfel încât $4x+3 \geq 5x-2$.

- (3p) e) Dacă $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ să se calculeze matricea $A \cdot B$.

2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + \sqrt{x}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(f(1))$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^4 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n^2}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră legea de compoziție „ \circ ”, definită pe \mathbf{R} , $x \circ y = \sqrt[3]{x^3 + y^3 - 1}$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se verifice că $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$, $\forall x, y, z \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- (4p) c) Să se verifice că $x \circ (-x) = -1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se determine simetricul elementului $x = 0$ în raport cu legea de compoziție „ \circ ”.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{n \text{ ori}} = \sqrt[3]{nx^3 - (n-1)}$, $\forall x \in \mathbf{R}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se arate că $\frac{x}{y} \circ \frac{y}{x} \neq -1$, $\forall x, y \in \mathbf{R}^*$.
- (2p) g) Să se calculeze $(-100) \circ (-99) \circ \dots \circ (99) \circ (100)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2}{(x^2 + 1)(x^2 + 3)}$.

- (4p) a) Să se demonstreze că $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1} - \frac{1}{x^2 + 3}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $[0, +\infty)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (2p) f) Să se demonstreze că pentru orice $x \in [0, \infty)$, $0 < f(x) \leq \frac{2}{3}$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(1) + f(\sqrt{3}) + f(\sqrt{5}) + \dots + f(\sqrt{2n+1}))$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta069

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(3, -2)$ la punctul $B(-2, 3)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\cos^2 122 + \sin^2 122$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{7}$.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $-4 - i$.
- (2p) e) Să se calculeze $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(3, -2)$ și $B(-2, 3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC , $AB = 4, AC = 5$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$, să se calculeze BC .

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 23 & -5 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n^3 < 20$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $25^x - 5 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_7 x = -2$.
- (3p) e) Să se calculeze expresia $E = C_6^2 - C_6^4 + C_6^6$.
2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x+20} + 1$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0, \infty)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{11n - 23}{23n + 11}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcțiile $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f_1(x) = x^2 + 2x$ și $f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $f_1(x) = 0$.
- (4p) b) Să se verifice egalitatea $f_1(x) = (x+1)^2 - 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că $f_2(x) = (x+1)^2 - 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că

$$f_n(x) = (x+1)^{2^n} - 1, \forall x \in \mathbf{R}, \forall n \in \mathbf{N}^*$$
.
- (2p) e) Să se verifice că $f_n(-1) = -1$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se arate că $f_n(x) \geq -1$, $\forall x \in \mathbf{R}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + 3 = 0$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + e^{-x}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe $(-\infty, 0]$ și strict crescătoare pe $[0, \infty)$.
- (4p) c) Să se arate că $f(x) \geq 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$
- (2p) f) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x) + f(x^2) + f(x^3) = 3$.
- (2p) g) Să se arate că $e^{\frac{1}{2007}} < \frac{2007}{2006}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D
Varianta070

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine coordonatele punctului de intersecție al dreptelor de ecuații $2x + y - 1 = 0$ și $x - y - 2 = 0$.
- (4p) b) Să se determine partea reală a numărului complex $(2-i)(1+i)$.
- (4p) c) Să se calculeze numărul complex $i^4 + i^8 + i^{12}$.
- (4p) d) Să se calculeze aria triunghiului ABC , determinat de punctele $A(-1, -1)$, $B(-2, -3)$ și $C(2, 3)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\sin \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{4}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\sin x$, pentru $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x - 2$. Să se calculeze $f(\sqrt{5}) \cdot f(-\sqrt{5})$.
- (3p) b) Să se rezolve ecuația $\frac{x+1}{2} = \frac{x^2 + 3x + 2}{3}$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Se consideră legea de compozitie $x * y = xy - 2x - 2y + 6$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$. Să se arate că $e = 3$ este elementul neutru pentru legea „*”.
- (3p) d) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 7$. Să se arate că $f(x) \geq 3$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (3p) e) Să se calculeze A^3 , dacă $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbf{R})$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -4x^2 + x - 5$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 + 4}$.
- (3p) d) Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 10 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbf{C})$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbf{C})$.

- (4p) a) Să se calculeze $\det(B)$.
- (4p) b) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $\begin{vmatrix} x & 3x \\ 1 & 2x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$.
- (4p) c) Să se verifice că $A^2 = 13A$.
- (2p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale sistemul $\begin{cases} x - 2y = 10 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$.
- (2p) e) Să se calculeze matricea $A \cdot B - B \cdot A$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice să se demonstreze că $A^n = 13^{n-1} A, \forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se demonstreze că matricea $A + A^2 + \dots + A^{2006} - A^{2007}$ are toate elementele negative.

SUBIECTUL IV(20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 - x^4 + x^8$.

- (4p) a) Să se verifice că $f(x) = \frac{x^{12} + 1}{x^4 + 1}, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că $f(x) \geq \frac{1}{1+x^4}, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x), x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se determine coordonatele punctelor de extrem local ale funcției f .
- (2p) e) Să se arate că $f(x) \geq \frac{3}{4}, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Notăm cu $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ o primitivă a funcției f .
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf(x)}{F(x)}$.
- (2p) h) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta071

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 4)$, $B(4, 6)$, $C(6, 2)$.

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul A la punctul B .
- (4p) b) Să se calculeze $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(2, 4)$ și $C(6, 2)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (4p) c) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (4p) d) Să se calculeze coordonatele mijlocului segmentului $[AB]$.
- (2p) e) Să se calculeze $\operatorname{tg}^2 45^\circ$.
- (2p) f) Să se determine conjugatul numărului complex $3i^2 - 4i$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}$.
 - (3p) b) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Să se calculeze $f(f(2))$.
 - (3p) c) Să se determine probabilitatea ca un element n al mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$ să verifice relația $3^n \leq n^3$.
 - (3p) d) Să se calculeze C_5^2 .
 - (3p) e) Să se rezolve ecuația $3^x = 27$, $x \in \mathbf{R}$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 - 3x$.
- (3p) a) Să se calculeze $f(1)$.
 - (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
 - (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
 - (3p) d) Să se rezolve ecuația $f'(x) = 0$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{xf'(x)}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 071

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbb{C})$ se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se calculeze $\det(A)$.
- (4p) b) Să se calculeze A^2 .
- (4p) c) Să se calculeze $(I_2 + A)^2$.
- (2p) d) Să se calculeze $\det(I_2 + A + A^2 + \dots + A^{2007})$.
- (2p) e) Să se arate că dacă $X \in M_2(\mathbb{C})$ și $XA = AX$, atunci X este de forma $X = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$.
- (2p) f) Să se rezolve, în mulțimea numerelor complexe, ecuația $x^4 - 1 = 0$.
- (2p) g) Să se calculeze suma elementelor matricei A^{2007} .

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$ și sirul $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$,

$x_n = f(1^2) + f(2^2) + \dots + f(n^2)$, $n \in \mathbb{N}^*$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(2^n)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x > 0$.
- (4p) c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(2^n)}{n+1}$.
- (2p) d) Să se calculeze $\int_1^e f(x) dx$.
- (2p) e) Să se arate că $x_n = 2 \ln n!$, pentru $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$.
- (2p) g) Să se arate că dacă numerele strict pozitive a, b, c sunt în progresie geometrică, atunci numerele $f(a), f(b), f(c)$ sunt în progresie aritmetică.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 071

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta072

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(2, 4)$ la punctul $B(5, 7)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\cos^2 2006 + \sin^2 2006$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{3}$.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $-2 - 3i$.
- (2p) e) Să se calculeze $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(2, 4)$ și $B(5, 7)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Să se calculeze BC ,dacă în triunghiul ABC , $AB = 5$, $AC = 2$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 5 & -7 \\ 6 & -8 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n^2 < 24$.
- (3p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x - 27 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_6 x = -1$.
- (3p) e) Să se calculeze expresia $E = C_6^1 - C_6^5 + C_6^6$.

2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3 + \frac{1}{x + 2006}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0, \infty)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră numărul real $\omega = 1 - \sqrt{2}$ și mulțimea $M = \{a + b\omega \mid a, b \in \mathbf{Z}\}$. Notăm

$\bar{\omega} = 1 + \sqrt{2}$ și cu $G = \{z \in M \mid \exists y \in M \text{ astfel încât } y \cdot z = 1\}$.

- (4p) a) Să se verifice că $0 \in M$ și $1 \in M$.
- (4p) b) Să se arate că $\omega^2 = 2\omega + 1$.
- (4p) c) Să se arate că, dacă $z, y \in M$, atunci $z \cdot y \in M$.
- (2p) d) Să se arate că $(a + b\omega)(a + b\bar{\omega}) \in \mathbf{Z}$, $\forall a, b \in \mathbf{Z}$.
- (2p) e) Să se arate că $\omega \in G$.
- (2p) f) Să se arate că mulțimea G are cel puțin 2007 elemente.
- (2p) g) Să se arate că $\omega^{2007} \notin \mathbf{Q}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3 + 2^{-2x}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$ și $f'(x) < 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.
- (2p) e) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe \mathbf{R} .
- (2p) f) Să se verifice identitatea $f'(x) = \frac{1}{2}((f'(x))^2 + f'(x) + 1) - \frac{1}{2}((f'(x))^2 - f'(x) + 1)$,
 $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se arate că există două funcții $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ și $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, strict crescătoare, astfel
 încât $f(x) = g(x) - h(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta073

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(2,3)$ și $B(-1,5)$.
- (4p) b) Să se determine partea reală a numărului complex $(5-2i)(-1+2i)$.
- (4p) c) Să se calculeze lungimea diagonalei pătratului de latură 2.
- (4p) d) Să se determine $\sin x$, pentru $\cos x = \frac{1}{5}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
- (2p) e) Să se arate că expresia $E = \sin^2 x - 3 + \cos^2 x$ nu depinde de x .
- (2p) f) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $M(2, -1)$ și $N(5, 2)$ să fie situate pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Să se calculeze suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice cu primul termen 3 și rația 4.
 - (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element n din mulțimea $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ să verifice relația $n^2 - 4 < 0$.
 - (3p) c) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3x + 1$. Să se calculeze $(f \circ f)(-1)$.
 - (3p) d) Să se calculeze $A^2 + I_2$, unde $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
 - (3p) e) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $\begin{vmatrix} x & 2x \\ 1 & x \end{vmatrix} = 0$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 4x - \frac{1}{x}$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}^*$.
 - (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
 - (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{3x + 1}$.
 - (3p) d) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
 - (3p) e) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și multimea

$$G = \{X \in M_2(\mathbf{R}) \mid AX = XA\}.$$

- (4p) a) Să se verifice că $A \in G$ și $I_2 \in G$.
- (4p) b) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (4p) c) Să se verifice că $A^2 = -I_2$.
- (2p) d) Să se arate că $A^2 X = XA^2$, $\forall X \in M_2(\mathbf{R})$.
- (2p) e) Să se arate că, dacă $a, b \in \mathbf{R}$, atunci matricea $B = aI_2 + bA \in G$.
- (2p) f) Să se arate că $A^{4n} = I_2$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Să se calculeze suma elementelor matricei $B = A + A^2 + \dots + A^{2007}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$.

- (4p) a) Să se verifice că $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2 + 1}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe $(-\infty, 0]$.
- (2p) d) Să se arate că $f(x) \leq 2$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (2p) f) Să se calculeze ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) g) Să se determine $x, y \in \mathbf{R}$ pentru care $f(x) + f(y) = 4$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta074

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $C(-1,1)$ la punctul $D(3,5)$.
- (4p) b) Să se calculeze valoarea numerică a expresiei $E = 2 \sin 30^\circ + 5 \cos 45^\circ$.
- (4p) c) Să se verifice dacă punctul $E(1,-1)$ este situat pe dreapta de ecuație $2x + 2y = 0$.
- (4p) d) Se consideră punctele $A(-1,1), B(3,5)$. Să se determine coordonatele mijlocului segmentului (AB) .
- (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului MNP , dacă $M(4,1)$, $N(-1,5)$ și $P(2,3)$.
- (2p) f) Să se determine $x, y \in \mathbb{R}$ din egalitatea de numere complexe $3+x+2i=4+(7+5y)i$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compozиție "◦", definită prin $x \circ y = x + y + 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$. Să se determine elementul neutru al legii "◦".
- (3p) b) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 6x + 5$. Să se determine punctele de intersecție ale graficului funcției f cu axa Ox .
- (3p) c) Să se calculeze suma soluțiilor reale ale ecuației $16^{x^2-1} = 32$.
- (3p) d) Să se determine termenul al doilea din dezvoltarea $(2+3\sqrt{2})^{10}$.
- (3p) e) Să se determine probabilitatea de a obține o față cu număr par, la aruncarea unui zar.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{5x-1}{x}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}^*$.
- (3p) b) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) c) Să se calculeze $f'(-1)$.
- (3p) d) Să se determine ecuația asimptotei la graficul funcției f , către $+\infty$.

- (3p) e) Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție "◦" prin

$$x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2, \forall x, y \in \mathbf{R}.$$

- (4p) a) Să se verifice că $x \circ y = 3(x+1)(y+1)-1, \forall x, y \in \mathbf{R}$
- (4p) b) Să se arate că $x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z, \forall x, y, z \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se verifice că $x \circ (-1) = -1, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se determine elementul $e \in \mathbf{R}$, care verifică relația $x \circ e = x, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se determine elementele simetrizabile în raport cu legea "◦".
- (2p) f) Să se arate că, dacă $x \circ y = -1$, atunci $x = -1$ sau $y = -1$.
- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că

$$a_1 \circ a_2 \circ \dots \circ a_n = 3^{n-1}(a_1+1)(a_2+1)\dots(a_n+1)-1, \forall n \in \mathbf{N}^* \text{ și } \forall a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbf{R}.$$

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f : [2, \infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \sqrt{x-2}$, $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, g(x) = x-1$ și

$$h : (2, \infty) \rightarrow \mathbf{R}, h(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x-2}}.$$

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x), x \in (2, \infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\int g(x)dx, x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6}$.
- (2p) d) Să se rezolve ecuația $h'(x) = 0, \forall x \in (2, \infty)$.
- (2p) e) Să se arate că h este crescătoare pe $(3, \infty)$.
- (2p) f) Să se arate că $g(x) \geq 2f(x), \forall x \in (2, \infty)$
- (2p) g) Să se determine aria suprafeței plane mărginite de graficul funcției g , axa Ox și dreptele de ecuații $x=3$ și $x=4$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta075

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(-3,4)$ la punctul $B(4, -3)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\cos^2 121 + \sin^2 121$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{10}$.
- (4p) d) Să se calculeze conjugatul numărului complex $-7 + 8i$.
- (2p) e) Să se calculeze $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(-3,4)$ și $B(4, -3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC , $AB = 3$, $AC = 5$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$, să se calculeze lungimea laturii BC .

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} -3 & -3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $5^n < 57$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $5^x - 1 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_9 x = -2$.
- (3p) e) Să se calculeze expresia $E = C_8^1 - C_8^7 + C_8^8$.

2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2 + \frac{1}{x^2 + 1}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0, \infty)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f'(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 f(n)}{2007 + n^2}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbf{R}[X]$, $f(x) = X^2 + X - 3$,

$$g = (X^2 + 2X - 3)^2 + X^2 + 2X - 6 \text{ și } x_1, x_2 \text{ rădăcinile polinomului } f.$$

- (4p) a) Să se rezolve în \mathbf{R} , ecuația $f(x) = 0$.

Notăm cu $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ soluțiile ecuației $f(x) = 0$.

- (4p) b) Să se verifice că $f(x) = (x - x_1)(x - x_2)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

- (4p) c) Să se arate că $x_1 + x_2 = -1$ și $x_1 \cdot x_2 = -3$.

- (2p) d) Să se arate că $f(x) \cdot f(x+1) = f(x^2 + 2x - 3)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

- (2p) e) Să se verifice că $f(x) = f(-1-x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

- (2p) f) Să se afle rădăcinile polinomului g .

- (2p) g) Să se afle restul împărțirii polinomului g la polinomul f .

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2 + 3^{3x}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

- (4p) b) Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe \mathbf{R} .

- (4p) c) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .

- (2p) d) Să se verifice că $f(x) > 2$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

- (2p) f) Să se rezolve în \mathbf{R} , ecuația $f(x) + f(x+1) = 32$.

- (2p) g) Să se arate că există două funcții $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ și $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, strict crescătoare, astfel

$$\text{încât } f(x) = g(x) - h(x), \forall x \in \mathbf{R}.$$

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta076

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze aria triunghiului ABC , determinat de punctele $A(1,1)$, $B(2,3)$ și $C(-1,-1)$.
- (4p) b) Să se arate că punctul $A(-1, 2)$ este situat pe dreapta de ecuație $2x - y + 4 = 0$.
- (4p) c) Să se determine $x, y \in \mathbb{R}$, astfel încât să aibă loc egalitatea de numere complexe $(2x-1)i+3=(y-1)+i$.
- (4p) d) Să se calculeze produsul de numere complexe $i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot i^4$.
- (2p) e) Să se calculeze $2\sin 45^\circ - 6\cos 45^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze $\cos(2\pi+x)$, dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = 0,3$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze numărul de submulțimi cu 3 elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$.
- (3p) b) Să se rezolve, în \mathbb{R} , ecuația $8^{2x-1} = 16$.
- (3p) c) Să se determine coordonatele punctului de intersecție al graficului funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 7x - 1$ cu axa Ox .
- (3p) d) Să se calculeze suma coeficienților polinomului $f = X^4 - X^3 + 2X^2 + X + 1$.
- (3p) e) Să se calculeze A^2 , dacă $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$.
- 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 6x - 15$.
- (3p) a) Să se calculeze $f(0)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_{-1}^1 f(x)dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricile $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea $G = \{X(a) \mid X(a) = aA + I_2, a \in \mathbf{R}\}$.

- (4p) a) Să se verifice că $I_2 \in G$
- (4p) b) Să se arate că $A^2 = 2A$.
- (4p) c) Să se arate că $X(a)X(b) = X(2ab + a + b)$, $\forall a, b \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (2p) e) Să se arate că $X(a)X\left(\frac{-1}{2}\right) = X\left(\frac{-1}{2}\right)$, $\forall a \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se determine $a \in \mathbf{R}$ pentru care $X(a) \cdot X(2007) = X(0)$.
- (2p) g) Să se determine numărul real t pentru care

$$X\left(\frac{-100}{2}\right) \cdot X\left(\frac{-99}{2}\right) \cdot \dots \cdot X\left(\frac{99}{2}\right) \cdot X\left(\frac{100}{2}\right) = X(t).$$

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$ și se definește sirul $(a_n)_{n \geq 1}$,

$$a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n).$$

- (4p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (4p) b) Să se arate că $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$, $\forall x > 0$.
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $a_n = \frac{n^2 + 2n}{(n+1)^2}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2(1 - a_n)$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta077

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3, 4)$, $B(-4, 3)$, $C(0, 5)$.

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la A la B .
- (4p) b) Să se calculeze $a, b \in \mathbf{R}$ astfel încât punctele $A(3, 4)$ și $C(0, 5)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (4p) c) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (4p) d) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului (AC) .
- (2p) e) Să se calculeze $\cos^2 45^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze conjugatul numărului complex $2i + i^2$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $1! + 2! + 3! + 4!$.
- (3p) b) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + 3$. Să se calculeze $f(f(1))$.
- (3p) c) Să se determine probabilitatea ca un element al multimii $\{1, 2, 3, 4\}$ să verifice relația $3^n \leq n^3$.
- (3p) d) Să se calculeze C_5^3 .
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $3^x = 1$, $x \in \mathbf{R}$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^{2x}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{f'(x)}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbb{C})$ se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se calculeze $\det(A)$.
- (4p) b) Să se calculeze A^2 .
- (4p) c) Să se calculeze $I_2 + A$.
- (2p) d) Să se calculeze $(I_2 + A)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.
- (2p) e) Să se calculeze $\det(I_2 + A + A^2 + \dots + A^{2007})$.
- (2p) f) Să se arate că dacă $X \in M_2(\mathbb{C})$ și $XA = AX$, atunci X este de forma $X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$.
- (2p) g) Să se rezolve în $M_2(\mathbb{C})$, ecuația $X^2 = 2A$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x \cos^2 x$, $g(x) = x \sin^2 x$ și integralele

$$A = \int_0^1 f(x) dx, \quad B = \int_0^1 g(x) dx.$$

- (4p) a) Să se calculeze $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze $f(x) + g(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se arate că $f(x) - g(x) = x \cos 2x$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se calculeze $A + B$.
- (2p) f) Să se calculeze $A - B$.
- (2p) g) Să se determine A și B .

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta078

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(2, 1)$ la punctul $B(5, 5)$.
- (4p) b) Să se calculeze $\sin^2 120^\circ + \cos^2 60^\circ$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi cu laturile de lungimi 6, 8, 10.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $-3 + 4i$.
- (2p) e) Să se calculeze $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $C(3, -4)$ și $D(-1, -2)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC , $AB = 7$, $AC = 4\sqrt{2}$ și $m(\hat{BAC}) = 45^\circ$, să se calculeze BC .

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 21 & 7 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n^3 > n^2 + 2n$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $9^{x+1} - 3 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_3 x = -\log_3 2$.
- (3p) e) Să se calculeze expresia $E = C_5^2 - C_5^3 + C_5^4$.
2. Se consideră funcția $f : (1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{1-x} + 1$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (1, \infty)$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este crescătoare pe intervalul $(1, \infty)$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_2^3 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12n - 13}{13n + 12}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinoamele $f = X^2 + 3X + 3$ și $g = X^2 + 3X + 2$.

- (4p) a) Să se determine rădăcinile complexe ale polinomului f .
- (4p) b) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, inecuația $x^2 + 3x + 2 < 0$.
- (4p) c) Să se verifice identitatea $\frac{1}{g(n)} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (2p) d) Să se calculeze suma $S = \frac{1}{g(1)} + \frac{1}{g(2)} + \dots + \frac{1}{g(2006)}$.
- (2p) g) Să se verifice că $f = \left(X + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$.
- (2p) f) Să se arate că pentru orice două polinoame $s, t \in \mathbf{R}[X]$, avem relația $g \neq s^2 + t^2$.
- (2p) g) Să se găsească două polinoame $u, v \in \mathbf{C}[X]$, astfel încât să avem relația $g = u^2 + v^2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^{-2x} + 1$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se verifice că $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$ și $f'(x) < 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (2p) e) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe \mathbf{R} .
- (2p) f) Să se rezolve, în \mathbf{R} , ecuația $f(x) + f(x+1) = 3 + e^{-2}$.
- (2p) g) Să se arate că există două funcții $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ și $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, strict crescătoare, astfel încât $f(x) = g(x) - h(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta079

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(1, 2)$ la punctul $B(2, 1)$.
- (4p) b) Să se determine numerele reale a, b astfel încât punctele $A(1, 2)$ și $B(2, 1)$ să aparțină dreptei de ecuație $ax + by = 3$.
- (4p) c) Să se determine coordonatele punctului de intersecție al dreptelor de ecuații $x + 2y = 3$ și $2x - y = 1$.
- (4p) d) Să se calculeze suma de numere complexe $i^2 + i^3 + i^4 + i^5$.
- (2p) e) Să se calculeze $\cos x$, știind că $\sin x = \frac{1}{2}$, și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
- (2p) f) Să se determine lungimea ipotenuzei unui triunghi dreptunghic isoscel de arie egală cu 8.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze valoarea determinantului $\begin{vmatrix} 2\cos a & 1 \\ 1 & \cos a \end{vmatrix}$, pentru $a \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\sin a = \frac{1}{2}$.
- (3p) b) Să se calculeze $1 - \log_2 3 \cdot \log_3 2$.
- (3p) c) Să se determine $m \in \mathbf{R}$, dacă restul împărțirii polinomului $X^5 - mX + 1$ la polinomul $X - 1$ este egal cu 0.
- (3p) d) Să se arate că numărul complex $z = \frac{1+i}{1-i}$ are partea reală egală cu 0.
- (3p) e) Să se determine valorile parametrului $m \in \mathbf{R}$, astfel încât parabola $f_m(x) = (m-1)x^2 - 2x + 1$ să aibă un punct de minim.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x + x$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se arate că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 2$.
- (3p) c) Să se determine $x \in \mathbf{R}$ astfel încât $f(x) = x \cdot f'(x)$.
- (3p) d) Să se determine asimptota spre $-\infty$ a funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinomul $f = X^4 - 14X^2 + 9$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbf{C}$.

- (4p) a) Să se verifice că $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = 7 + 2\sqrt{10}$ și $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = 7 - 2\sqrt{10}$.
- (4p) b) Să se calculeze $f(\sqrt{5} + \sqrt{2})$.
- (4p) c) Să se verifice că $f(-x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se rezolve în \mathbf{C} ecuația $f(x) = 0$.
- (2p) e) Să se arate că $f = (X - \sqrt{2} - \sqrt{5})(X - \sqrt{2} + \sqrt{5})(X - \sqrt{5} + \sqrt{2})(X + \sqrt{5} + \sqrt{2})$.
- (2p) f) Să se calculeze $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$.
- (2p) g) Să se arate că $x_1^{2007} + x_2^{2007} + x_3^{2007} + x_4^{2007} = 0$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^6$,

$$F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, F(x) = \int_0^x f(t)dt \text{ și } g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, g(x) = x^7 - 1, \forall x \in \mathbf{R}.$$

- (4p) a) Să se calculeze $f(1)$ și $g(1)$.
- (4p) b) Să se verifice că $(x-1)f(x) = x^7 - 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze $g'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se arate că funcția g este strict crescătoare pe \mathbf{R} .
- (2p) e) Să se arate că $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se calculeze $F(1)$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F(n)}{nf(n)}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta080

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(2,3)$ și $B(5,2)$.
- (4p) b) Să se calculeze aria triunghiului determinat de punctele $A(2,3)$, $B(5,2)$ și $C(4,6)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\cos x$, știind că $\sin x = 1$.
- (4p) d) Să se determine înălțimea unui triunghi echilateral cu latura de lungime 2.
- (2p) e) Să se determine numerele reale a și b astfel încât punctele $A(2,3)$ și $B(5,2)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Se consideră triunghiul ABC în care $AB = 3$, $AC = 4$ și $m(\hat{B}AC) = 90^\circ$.Să se calculeze BC .

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze numărul funcțiilor $f : \{a,b\} \rightarrow \{1,2,3\}$ cu proprietatea $f(a) \cdot f(b) = 3$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii $\{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $2^n \leq n + 1$.
- (3p) c) Să se rezolve în \mathbf{R} , ecuația $2^x - 1 = 0$.
- (3p) d) Să se calculeze $1 + 4 + 7 + \dots + 31$.
- (3p) e) Se dau funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3x + 2$, $g(x) = x + 5$. Să se calculeze $(g \circ f)(-1)$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$.
- (3p) b) Să se afle $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și polinomul $f = X^2 - 4X + 3$.

- (4p) a) Să se rezolve în \mathbf{R} , ecuația $f(x) = 0$.
- (4p) b) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (4p) c) Să se calculeze matricea A^2 .
- (2p) d) Să se arate că $f(A) = O_2$, unde $f(A) = A^2 - 4A + 3I_2$.
- (2p) e) Să se arate că $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se verifice că

$$A^n = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3^n + 1 & 3^n - 1 \\ 3^n - 1 & 3^n + 1 \end{pmatrix}, \forall n \in \mathbf{N}, n \geq 1.$$
- (2p) g) Să se calculeze matricea $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2007}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^8}{x^4 + 1}$.

- (4p) a) Să se arate că $f(x) = x^4 - 1 + \frac{1}{x^4 + 1}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x^4)$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(-\infty, 0]$.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_{-1}^1 (x^4 + 1) \cdot f(x) dx$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$,
 $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

$$\frac{(1^4 + 1)f(1)}{1^5} + \frac{(2^4 + 1)f(2)}{2^5} + \dots + \frac{(n^4 + 1)f(n)}{n^5}.$$
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{(1^4 + 1)f(1)}{1^5} + \frac{(2^4 + 1)f(2)}{2^5} + \dots + \frac{(n^4 + 1)f(n)}{n^5}}{n^4}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Variantă081

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze aria unui pătrat cu perimetrul 16.
 (4p) b) Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(2, 3)$ și $B(3, 2)$.
 (4p) c) Să se calculeze $\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4}$.
 (4p) d) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(2, 3)$ și $B(3, 2)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
 (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile în punctele $A(2, 3)$, $B(3, 2)$ și $C(1, 1)$.
 (2p) f) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe

$$\frac{2+3i}{4+5i} = a+bi$$
.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}$.
 (3p) b) Să se calculeze matricea $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^{2007}$.
 (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive , ecuația $\log_5 x = \log_6 x$.
 (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale , ecuația $3^x = 9^x$.
 (3p) e) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $3^n + 4^n > 5^n$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 5x - 2 \sin x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
 (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
 (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
 (3p) d) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2}{7n^2 + n - 1}$.
 (3p) e) Să se calculeze $\int_0^1 \frac{1}{x^2 - 9} dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Variantă 081

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea de funcții

$$G = \left\{ f_n \mid f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f_n(x) = (x+1)^{3^n} - 1, \forall n \in \mathbf{Z}, \forall x \in \mathbf{R} \right\}.$$

- (4p) a) Să se arate că funcția $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = x$, aparține mulțimii G .
- (4p) b) Să se arate că $f_n \circ f_p = f_{n+p}$, $\forall n, p \in \mathbf{Z}$.
- (4p) c) Să se arate că $(f_n \circ f_{-n})(x) = x$, $\forall x \in \mathbf{R}$, $\forall n \in \mathbf{N}$.
- (2p) d) Să se calculeze suma $f_1(-1) + f_2(-1) + \dots + f_{2005}(-1)$.
- (2p) e) Să se arate că funcția f_1 este crescătoare pe \mathbf{R} .
- (2p) f) Să se arate că mulțimea G împreună cu operația de compunere a funcțiilor determină o structură de grup.
- (2p) g) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f_1(x) + f_2(x) = 0$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $h(x) = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!}$, $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = h(x) + \frac{x^3}{3!}$,

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = g(x) + \frac{x^4}{4!}.$$

- (4p) a) Să se arate că $g'(x) = h(x)$ și $f'(x) = g(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că $h(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că funcția g este strict crescătoare pe \mathbf{R} .
- (2p) d) Să se calculeze $\int_0^1 h(x) dx$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ și $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
- (2p) f) Să se arate că ecuația $g(x) = 0$ are o singură soluție reală.
- (2p) g) Să se arate că $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianța082

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se dau punctele $A\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$, $B\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ și $C(0, a)$, cu $a \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele A și B .
- (4p) b) Să se determine a , astfel încât punctele A , B și C să fie coliniare.
- (4p) c) Să se arate că pentru $a \neq 0$, triunghiul ABC este isoscel.
- (4p) d) Să se arate că pentru $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ triunghiul ABC este echilateral.
- (2p) e) Să se determine aria triunghiului ABC , pentru $a = 1$.
- (2p) f) Să se calculeze conjugatul numărului complex $(1+i)(1-3i)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element din mulțimea $\{1,2,3,\dots,10\}$ să fie număr par.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $16^x - 2 = 0$.
- (3p) d) Să se calculeze $\log_2 5^3 \cdot \log_5 2$.
- (3p) e) Să se calculeze $C_5^5 - C_5^4$.
- 2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \setminus \{-1, -2\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$.
 - (3p) a) Să se arate că $f(x) - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} = 0$.
 - (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R} \setminus \{-1, -2\}$.
 - (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
 - (3p) d) Să se calculeze $\int_2^3 f(x) dx$.
 - (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 f(x)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $G = \{A \in M_2(\mathbf{Z}) \mid A^2 = I_2\}$,

unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și matricele $P = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ și $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se verifice că $I_2 \in G$.
- (4p) b) Să se arate că $P \in G$ și $Q \in G$.
- (4p) c) Să se calculeze $P \cdot Q$.
- (2p) d) Să se arate că $P \cdot Q \notin G$.
- (2p) e) Să se arate că dacă $A_n = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbf{Z}$, atunci $A_n \in G$, $\forall n \in \mathbf{Z}$.
- (2p) f) Să se demonstreze că mulțimea G este infinită.
- (2p) g) Să se determine toate matricele $A \in G$ care verifică relația $\det(A) = 1$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - x + 1$ și sirul $(a_n)_{n \geq 2}$,

$$a_n = \frac{2^3 - 1}{2^3 + 1} \cdot \frac{3^3 - 1}{3^3 + 1} \cdot \dots \cdot \frac{n^3 - 1}{n^3 + 1}.$$

- (4p) a) Să se verifice că $f(x+1) = x^2 + x + 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că $\frac{x^3 - 1}{x^3 + 1} = \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{f(x+1)}{f(x)}$, $\forall x > 0$.
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se arate că $f(x) \geq \frac{3}{4}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se arate că $a_n = \frac{2(n^2 + n + 1)}{3n(n+1)}$, $\forall n \in \mathbf{N}$, $n \geq 2$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\int_0^n f(x) dx}{n^3}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta083

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(3,4)$ și $B(6,3)$.
- (4p) b) Să se calculeze aria triunghiului determinat de punctele $A(3,4)$, $B(6,3)$ și $C(5,7)$.
- (4p) c) Știind că $\sin x = 0$, să se calculeze $\cos^2 x$.
- (4p) d) Să se determine înălțimea unui triunghi echilateral având lungimea laturii 3.
- (2p) e) Să se determine numerele reale a și b astfel încât punctele $A(3,4)$ și $B(6,3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC avem $AB = 6$, $AC = 8$ și $m(\hat{B}AC) = 90^\circ$, să se calculeze BC .

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze numărul de funcții $f : \{a,b\} \rightarrow \{1,2,3\}$ cu proprietatea $f(a) + f(b) = 3$.
 - (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii $\{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația
- $$2^n \geq n + 2 .$$
- (3p) c) Să se rezolve, în \mathbf{R} , ecuația $3^x - 1 = 0$.
 - (3p) d) Să se calculeze $2 + 5 + 8 + \dots + 32$.
 - (3p) e) Se dau funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 5x + 2$, $g(x) = x + 3$. Să se calculeze $(g \circ f)(-1)$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{R}$ $f(x) = x - \frac{1}{x}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$.
- (3p) b) Să se afle $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 083

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + x - 3$ și mulțimea $A = \{f(n) | n \in \mathbf{N}\}$.

- (4p) a) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x) = 0$.

Notăm cu $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ soluțiile ecuației $f(x) = 0$.

- (4p) b) Să se verifice identitatea $f(x) = (x - x_1)(x - x_2)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

- (4p) c) Să se arate că $x_1 + x_2 = -1$ și $x_1 \cdot x_2 = -3$.

- (2p) d) Să se arate că $f(x) \cdot f(x+1) = f(x^2 + 2x - 3)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

- (2p) e) Să se verifice că $f(x) = f(-1-x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

- (2p) f) Să se arate că mulțimea A conține cel puțin 2006 numere naturale care nu sunt prime.

- (2p) g) Să se găsească 2 elemente din mulțimea A , mai mari decât numărul $f(2006)$,

care se divid cu numărul $f(2006)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția, $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^4}{x^2 + 1}$.

- (4p) a) Să se verifice că $f(x) = x^2 - 1 + \frac{1}{x^2 + 1}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

- (4p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x^2)$.

- (2p) d) Să se arate că funcția f este crescătoare pe intervalul $[0, \infty)$.

- (2p) e) Să se arate că graficul funcției f nu admite asimptotă către $+\infty$.

- (2p) f) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \cdot \int_0^{\frac{1}{n}} (f(x) - x^2 + 1) dx \right)$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta084

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze conjugatul numărului complex $4 - 3i$.
- (4p) b) Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(3, -2)$ și $C(4, -3)$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui pătrat care are diagonala de lungime $5\sqrt{2}$.
- (4p) d) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât punctele $A(3, -2)$ și $C(4, -3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile în punctele $A(3, -2)$, $B(2, 2)$ și $C(4, -3)$.
- (2p) f) Să se determine perimetrul unui triunghi dreptunghic isoscel care are o catetă de lungime 3.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze suma soluțiilor reale ale ecuației $x^2 - 2x - 11 = 0$.
- (3p) b) Să se calculeze $C_8^3 - C_8^5 + C_8^8$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive , ecuația $\log_5 x = 1$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale , ecuația $16^x - 32 = 0$.
- (3p) e) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $3^n < 19$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^5 + 2x - 1$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) d) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbb{R} .
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{5x^5}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale Descarcat de pe site-ul ebacalaureat.ro

Varianta 084

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcțiile $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f_1(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ și $f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x)$,
 $\forall n \in \mathbf{N}^*, \forall x \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $f_1(x) = 0$.
- (4p) b) Să se verifice egalitatea $f_1(x) = (x-1)^3 + 1, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că $f_2(x) = (x-1)^{3^2} + 1, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că

$$f_n(x) = (x-1)^{3^n} + 1, \forall x \in \mathbf{R}, \forall n \in \mathbf{N}^*$$
.
- (2p) e) Să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}^*$, funcția f_n este strict crescătoare pe \mathbf{R} .
- (2p) f) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) - 3 = 0$.
- (2p) g) Să se calculeze $f_1(1) + f_2(1) + \dots + f_{2007}(1)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x - x$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x), x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(-\infty, 0]$ și strict crescătoare pe intervalul $[0, \infty)$.
- (4p) c) Să se arate că $f(x) \geq 1, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$
- (2p) f) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x) + f(x^2) + f(x^3) = 3$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(-1) + f(-2) + \dots + f(-n)}{n^2}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta085

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze aria triunghiului ABC , dacă $AB = 4$, $AC = 6$ și $BC = 8$.
- (4p) b) Să se determine distanța dintre punctele $A(\sqrt{2}, 0)$ și $B(0, \sqrt{2})$.
- (4p) c) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele $A(\sqrt{2}, 0)$ și $B(0, \sqrt{2})$.
- (4p) d) Să se calculeze $2\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}$.
- (2p) e) Să se verifice dacă punctele $A(1,0)$, $B(0,1)$ și $C(2,-1)$ sunt coliniare.
- (2p) f) Să se calculeze partea reală a numărului complex $(1+i)^4$.

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Să se calculeze determinantul matricei $A = \begin{pmatrix} 2^x & 1 \\ 1 & 2^{-x} \end{pmatrix}$, $x \in \mathbf{R}$.
 - (3p) b) Să se calculeze $\log_2 10 - \log_2 25 + \log_2 5$.
 - (3p) c) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{0,1,2,3,4,5\}$ să fie soluție a ecuației $3^n = 9$
 - (3p) d) Să se determine numărul natural n , $n \geq 3$ astfel încât $C_n^3 = 4$.
 - (3p) e) Să se calculeze expresia $E = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$, unde x_1, x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 5x + 4 = 0$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \setminus \{1,3\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2}{x^2 - 4x + 3}$.
- (3p) a) Să se arate că $f(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-1}$, $\forall x \in \mathbf{R} \setminus \{1,3\}$.
 - (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R} \setminus \{1,3\}$.
 - (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$.
 - (3p) d) Să se calculeze $\int_{-1}^0 f(x) dx$.
 - (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 f(x)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (4p) b) Să se verifice că $A^2 = 3A$.
- (4p) c) Să se rezolve sistemul $\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x + 2y = 0 \end{cases}, x, y \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $A^n = 3^{n-1} A, \forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) e) Să se determine numărul real a , astfel încât $(I_2 + A)(I_2 + aA) = I_2$.
- (2p) f) Să se găsească o matrice $B \in M_2(\mathbf{R})$, astfel încât $AB \neq BA$.
- (2p) g) Să se demonstreze că matricea $A + A^2 + \dots + A^{2004} - A^{2005}$ are toate elementele strict negative.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{2x+1}{(x^2+1)(x^2+2x+2)}$ și sirul $(a_n)_{n \geq 1}$,

definit prin $a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n), \forall n \geq 1$.

- (4p) a) Să se verifice că $f(x) = \frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{(x+1)^2+1}, \forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x), x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se determine ecuația asymptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) d) Să se arate că $a_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1)^2+1}, \forall n \geq 1$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} - a_n \right) \cdot n^2$.
- (2p) g) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta086

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se consideră punctele, $M\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $A(2, 0)$, $B(-1, \sqrt{3})$ și $C(-1, -\sqrt{3})$

- (4p) a) Să se arate că punctul M este mijlocul segmentului (AB) .
- (4p) b) Să se arate că triunghiul ABC este echilateral.
- (4p) c) Să se arate că punctele O, M și C sunt coliniare.
- (4p) d) Să se determine raza cercului circumscris triunghiului ABC .
- (2p) e) Să se calculeze $\frac{\sin^2 30^\circ}{\cos^2 60^\circ}$.
- (2p) f) Să se determine partea reală a numărului complex $z = i \cdot (1-i)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se determine suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice care are primul termen egal cu 2 și rația egală cu 3.
- (3p) b) Să se rezolve ecuația $3^{2x} = 9 \cdot 3^x$, $x \in \mathbb{R}$
- (3p) c) Să se determine probabilitatea ca un număr din mulțimea $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ să fie soluție a inecuației $x^2 - 5x + 6 > 0$.
- (3p) d) Să se calculeze $C_4^1 - C_4^2 + C_4^3$.
- (3p) e) Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe, ecuația $z^2 = -4$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 4x^3$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(0)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbb{R} .

- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(-x)}{x^3}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

și funcția $f : M_2(\mathbf{R}) \rightarrow M_2(\mathbf{R})$, $f(X) = X^2 - X$.

(4p) a) Să se arate că $B = I_2 + A$.

(4p) b) Să se arate că $A^2 = A$.

(4p) c) Să se calculeze determinantul matricei B .

(2p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\det(B - x \cdot I_2) = 0$.

(2p) e) Să se calculeze $f(A)$ și $f(B)$.

(2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$,

$$B^n = I_2 + (2^n - 1) \cdot A.$$

(2p) g) Să se calculeze $\det(B) + \det(B^2) + \dots + \det(B^{100})$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(x^2 + x)$.

(4p) a) Să se calculeze $f(2) - f(1)$.

(4p) b) Să se arate că $f'(x) = \frac{2x+1}{x^2+x}$, pentru $x > 0$.

(4p) c) Să se arate că funcția este crescătoare pe $(0, \infty)$.

(2p) d) Să se determine ecuația asymptotei verticale la graficul funcției f .

(2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot f'(x)$.

(2p) f) Să se calculeze $\int_1^{e^2} \left(f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) \right) dx$.

(2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(1) - f(2) + f(3) - f(4) + \dots + f(2n-1) - f(2n))$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta087

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) 1. Să se calculeze distanța de la punctul $A(5, 4)$ la punctul $B(2, 6)$.
- (4p) b) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(2-i)(4+i) = a+bi$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime 6.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $-4+5i$.
- (2p) e) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât punctele $A(5, 4)$ și $B(4, 5)$ să fie pe dreapta de ecuație $x+ay+b=0$.
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC , $AB = 4$, $AC = 5$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$, să se calculeze BC .

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 9 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $5^n < 29$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $9^x - 3 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_2 x = 3$.
- (3p) e) Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului $f = X^4 + X^2 + 1$ la polinomul $g = X^2 - X + 1$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^6}$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}^*$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} ((n^6 + 1) \cdot f(n))$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 087

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și funcția $f : \left(\frac{1}{3}, \infty\right) \rightarrow \left(\frac{1}{3}, \infty\right)$, $f(x) = \frac{4x-1}{9x-2}$.

- (4p) a) Să se verifice că $A + I_2 = B$.
- (4p) b) Să se arate că $A^2 = O_2$.
- (4p) c) Să se calculeze matricea B^2 .
- (2p) d) Să se arate că, dacă $x > \frac{1}{3}$, atunci $\frac{4x-1}{9x-2} > \frac{1}{3}$.
- (2p) e) Să se calculeze $(f \circ f)(x)$, $x \in \left(\frac{1}{3}, \infty\right)$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $B^n = I_2 + nA$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (2p) g) Să se arate că $\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{de n ori f}(x) = \frac{(3n+1)x-n}{9nx+1-3n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\forall x > \frac{1}{3}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A = \mathbf{R} - \{1, 2, 3\}$ și funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$,

$h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$, $g(x) = f'(x)$, $h(x) = g'(x)$ și $u : A \rightarrow \mathbf{R}$,

$$u(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3}.$$

- (4p) a) Să se calculeze $u'(x)$, $x \in A$.
- (4p) b) Să se arate că $g(x) = f(x) \cdot u(x)$, $\forall x \in A$.
- (4p) c) Să se arate că $u'(x) < 0$, $\forall x \in A$.
- (2p) d) Să se arate că $u'(x) = \frac{f(x) \cdot h(x) - g^2(x)}{f^2(x)}$, $\forall x \in A$.
- (2p) e) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției u .
- (2p) f) Să se calculeze $\int_4^5 u(x) dx$.
- (2p) g) Să se arate că $g^2(x) > h(x) \cdot f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 087

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta088

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ la punctul $B\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.
- (4p) b) Să se calculeze coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele $A\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ și $B\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\cos x$ dacă $\sin x = \frac{1}{2}$ și $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $z = -1 - 2i$.
- (2p) e) Să se calculeze suma de numere complexe $i + i^2 + i^3 + i^4$.
- (2p) f) Să se afle aria triunghiului ABC , dacă $m(B\hat{A}C) = 90^\circ$, $m(A\hat{C}B) = 30^\circ$ și $BC = 6$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} \cos a & \sin a \\ -\sin a & \cos a \end{vmatrix}$, $a \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element n al mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n^3 > 20$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $9^x - 3 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve ecuația $\log_{\frac{1}{2}} x = -1$, $x > 0$.
- (3p) e) Să se calculeze expresia $E = A_6^2 - A_6^4 + A_6^6$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(2) + f(3) + f(4)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R} \setminus \{-1\}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)$.
- (3p) d) Să se determine ecuația asimptotei verticale a funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție " \circ " definită prin

$$x \circ y = 2xy + 2x + 2y + 1, \quad \forall x, y \in \mathbf{R}.$$

- (4p) a) Să se calculeze $(-1) \circ 2$.
- (4p) b) Să se verifice că $x \circ y = 2(x+1)(y+1)-1, \quad \forall x, y \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că $x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z, \quad \forall x, y, z \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se găsească două elemente $a, b \in \mathbf{R} - \mathbf{Q}$, cu proprietatea $a \circ b \in \mathbf{N}$.
- (2p) e) Să se arate că, dacă $x \circ y = -1$, atunci $x = -1$ sau $y = -1$.
- (2p) f) Să se arate că $(-2004) \circ (-2003) \circ \dots \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2003 \circ 2004 < 0$.
- (2p) g) Să se arate că $\underbrace{a \circ a \circ \dots \circ a}_{de\ n\ ori\ a} = 2^{n-1}(a+1)^n - 1, \quad \forall n \in \mathbf{N}^* \quad \forall a \in \mathbf{R}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x), \quad x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (4p) c) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(-\infty, 0]$.
- (2p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (2p) e) Să se arate că dreapta de ecuație $y = x$ este asimptota către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) f) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x) dx$.
- (2p) g) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(11x) + f(1984x) = f(21x) + f(2004x)$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta089

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze aria triunghiului ABC , cu $A(2, 1)$, $B(4, 3)$, $C(0, 4)$.
- (4p) b) Să se calculeze numărul $4 \cdot \cos^2 \frac{\pi}{3}$.
- (4p) c) Să se determine $m, n \in \mathbb{R}$ astfel încât punctele $A(0, 3)$ și $B(5, 0)$ să aparțină dreptei de ecuație $y = mx + n$.
- (4p) d) Să se calculeze partea reală a numărului complex $(1 - i)^2$.
- (2p) e) Să se calculeze aria unui dreptunghi cu lungimea 4 și cu lățimea 3.
- (2p) f) Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(2, 3)$ și este paralelă cu axa Ox .

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se afle câte numere de două cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1, 2, 3\}$.
- (3p) b) Să se calculeze C_5^2 .
- (3p) c) Să se calculeze 5% din 20.
- (3p) d) Să se calculeze probabilitatea ca un element n al mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n! < 5$.
- (3p) e) Să se calculeze determinantul matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x$.
- (3p) a) Să se calculeze $f(0)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) d) Să se rezolve ecuația $f'(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}$.
- (3p) e) Să se arate că $f(x) \geq 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$, se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ și legea de

compoziție $X \circ Y = X + Y - 2I_2$, $\forall X, Y \in M_2(\mathbf{R})$.

- (4p) a) Să se calculeze A^2 .
- (4p) b) Să se calculeze $A \circ A$.
- (4p) c) Să se arate că $X \circ Y = Y \circ X$, $\forall X, Y \in M_2(\mathbf{R})$.
- (2p) d) Să se arate că $(X \circ Y) \circ Z = X \circ (Y \circ Z)$, $\forall X, Y, Z \in M_2(\mathbf{R})$.
- (2p) e) Să se arate că $X \circ (2I_2) = X$, $\forall X \in M_2(\mathbf{R})$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că

$$X_1 \circ X_2 \circ \dots \circ X_n = (X_1 + X_2 + \dots + X_n) - 2(n-1)I_2, \quad \forall n \in \mathbf{N}, n \geq 2,$$

$$\forall X_1, X_2, \dots, X_n \in M_2(\mathbf{R}).$$
- (2p) g) Să se arate că legea "◦" determină o structură de grup pe mulțimea $M_2(\mathbf{R})$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră sirul de funcții $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$, $f_n : (-1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, cu $f_0(x) = \ln(x+1)$

și $f_{n+1}(x) = f'_n(x)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $\forall x \in (-1, \infty)$.

- (4p) a) Să se calculeze $f_0(0)$.
- (4p) b) Să se determine $f_1(x)$, $x \in (-1, \infty)$.
- (4p) c) Să se arate că $x = 0$ este soluție a ecuației $f_0(x) = x$.
- (2p) d) Să se arate că $f_0(x) \leq x$, $\forall x \in (-1, \infty)$.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $f_n(x) = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(1+x)^n}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$,
 $\forall x \in (-1, \infty)$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_0^1 f_{n+1}(x) dx$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{f_2(1)}{1!} + \frac{f_3(1)}{2!} - \frac{f_4(1)}{3!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{f_n(1)}{(n-1)!} \right)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta090

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(3, -7)$ la punctul $B(-7, 3)$.
- (4p) b) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(7 + 3i)(1 - 2i) = a + bi$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime 6.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $-2 - 5i$.
- (2p) e) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât punctele $A(3, -7)$ și $B(-7, 3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Să se calculeze BC , dacă în triunghiul ABC , $AB = 8$, $AC = 10$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} -10 & -2 \\ -30 & -3 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n! \leq 25$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $16^x = 32$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_2 x = 3$.
- (3p) e) Să se calculeze suma coeficienților polinomului $f = X^6 - 2X^3 + 1$, $f \in \mathbb{R}[X]$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 10 + \frac{1}{x^{10}}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}^*$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -4 & 10 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = A - 4I_2$.

- (4p) a) Să se calculeze determinantul matricei A și determinantul matricei B .
- (4p) b) Să se arate că $A^2 = 12A$.
- (4p) c) Să se calculeze $B(B - 4I_2)$.
- (2p) d) Să se arate că $\det(C) \cdot \det(D) = \det(C \cdot D)$, pentru orice $C, D \in M_2(\mathbf{R})$.
- (2p) e) Să se rezolve sistemul $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + 2y = 0 \end{cases}, x, y \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se demonstreze că $A^n = 12^{n-1} \cdot A$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) g) Se consideră $G = \{A^n \mid n \in \mathbf{N}^*\}$. Să se arate că G este infinită.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x(x^2 - 3x + 2)$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se verifice că $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se rezolve, în \mathbf{R} , ecuația $f'(x) = 0$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f are un punct de maxim local și un punct de minim local.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.
- (2p) f) Să se verifice identitatea $f'(x) = \frac{1}{2}((f'(x))^2 + f'(x) + 1) - \frac{1}{2}((f'(x))^2 - f'(x) + 1)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se arate că există funcții $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, strict crescătoare pe \mathbf{R} , astfel încât să avem egalitatea $f(x) = g(x) - h(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta091

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze aria unui triunghi cu lungimile laturilor 2, 5 și 6.
- (4p) b) Să se calculeze $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât punctele $A(3,2)$ și $B(3,-2)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (4p) c) Să se verifice că dreptele de ecuații $2x + y - 1 = 0$ și $2x + y - 7 = 0$ sunt paralele.
- (4p) d) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $\frac{13}{2-3i} = a + bi$.
- (2p) e) Să se calculeze valoarea expresiei $E = \sin 30^\circ - \cos 60^\circ + \tan 45^\circ$.
- (2p) f) Să se verifice dacă punctul $A(1,1)$ este situat pe dreapta de ecuație $2x - 2y = 0$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se rezolve inecuația $x^2 - 4 < 0$.
- (3p) b) Să se determine probabilitatea ca un element din mulțimea $\{1,2,\dots,30\}$ să fie par.
- (3p) c) Să se determine câtul împărțirii polinomului $f = X^4 - 2X^3 + X^2 - X + 1$ la polinomul $X^2 - 3X + 1$.
- (3p) d) Să se precizeze dacă punctul $A(-1,6)$ este situat pe graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 7$.
- (3p) e) Să se rezolve, în \mathbb{R} , ecuația $(x-1)(x^2 - 3x + 2) = 0$
- 2.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + x - 7$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{4x^3}$.
- (3p) d) Să se rezolve, în \mathbb{R} , ecuația $f'(x) = 0$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră numerele rationale $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, definite prin $a_1 = 4$, $a_2 = 8$, și

$$a_{n+2} = \frac{a_{n+1}}{a_n}, \forall n \in \mathbf{N}^*.$$

- (4p) a) Să se determine numerele a_3 , a_4 , a_5 și a_6 .
- (4p) b) Să se verifice că $a_1 = a_7$ și $a_2 = a_8$.
- (4p) c) Să se arate că $a_{n+6} = a_n$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) d) Să se determine numărul a_{2007} .
- (2p) e) Să se determine câte elemente din sirul de numere $a_1, a_2, \dots, a_{2007}$ sunt egale cu 2.
- (2p) f) Să se calculeze suma $a_1 + a_2 + \dots + a_{2007}$.
- (2p) g) Să se calculeze produsul $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{2007}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$.

- (4p) a) Să se determine ecuația asymptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze $f(-1)$, $f(1)$, $f'(-1)$ și $f'(1)$.
- (2p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (2p) e) Să se arate că $-1 \leq f(x) \leq 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se arate că, dacă $x, y \in \mathbf{R}$ și $f(x) + f(y) = 2$, atunci $x = y = 1$.
- (2p) g) Dacă $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ este o primitivă a funcției f , să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{F(x)}{\ln(x^2)}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta092

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(1, 2)$ și $B(3, 4)$.
- (4p) b) Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$, $C(0, 3)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ$.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $3+4i$.
- (2p) e) Să se calculeze aria unui pătrat având lungimea laturii 2.
- (2p) f) Să se determine $a \in \mathbf{R}$ astfel încât dreptele de ecuații $ax+2y=3$ și $2x+4y=5$ să fie paralele.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze media aritmetică a numerelor 5, 10, 15, 20, 25.
- (3p) b) Să se calculeze 5% din 40.
- (3p) c) Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii $\{1, 2, \dots, 10\}$ să fie pătrat perfect.
- (3p) d) Să se calculeze $\log_2 \frac{1}{4}$.
- (3p) e) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^3 + 1$ la polinomul $g = X - 1$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 - x$.
- (3p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (3p) b) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x) = 0$.
- (3p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se calculeze $\det A$.
- (4p) b) Să se calculeze A^2 .
- (4p) c) Să se arate că $A^2 - 2A + I_2 = O_2$.
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 2n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\forall n \in N^*$.
- (2p) e) Să se calculeze matricea $(A - I_2)^2$.
- (2p) f) Să se calculeze $\det(A) + \det(A^2) + \dots + \det(A^{2007})$.
- (2p) g) Să se calculeze $\det(A + A^2 + \dots + A^{2007})$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ și sirul $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$,

$$a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n), \quad n \in \mathbf{N}^*.$$

- (4p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (4p) b) Să se arate că $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$, $x > 0$.
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x > 0$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe $(0, \infty)$.
- (2p) e) Să se arate că $a_n = 1 - \frac{1}{n+1}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} n(a_n - 1)$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+1} f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta093

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(9, -4)$ la punctul $B(-4, 9)$.
- (4p) b) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(4 + 5i)(1 - 2i) = a + bi$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{13}$.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $-7 + 8i$.
- (2p) e) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât punctele $A(9, -4)$ și $B(-4, 9)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Să se calculeze BC ,dacă în triunghiul ABC , $AB = 6$, $AC = 12$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} -1 & 20 \\ -3 & 30 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $4^n \leq 23$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale , ecuația $25^x - 625 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive , ecuația $\log_2 x = 2$.
- (3p) e) Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului $f = X^6 + 2X^3 + 1$ la polinomul $g = X^2 + X + 1$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}^*$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $A = \{2^i \cdot 5^j \mid i, j \in \mathbb{N}\}$.

- (4p) a) Să se verifice că $1 \in A$, $2 \in A$, $5 \in A$ și $4 \in A$.
- (4p) b) Să se verifice că $3 \notin A$ și $7 \notin A$.
- (4p) c) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $1 + a + a^2 + \dots + a^n = \frac{1 - a^{n+1}}{1 - a}$,
 $\forall a \in \mathbb{R} - \{1\}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.
- (2p) d) Să se arate că $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^k} < 2$, $\forall k \in \mathbb{N}$.
- (2p) e) Să se arate că $1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^s} < \frac{5}{4}$, $\forall s \in \mathbb{N}$.
- (2p) f) Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A \cap \{1, 2, 3, \dots, 20\}$.
- (2p) g) Să se arate că $\forall n \in \mathbb{N}^*$ și oricare ar fi numerele naturale distincte $a_1, a_2, \dots, a_n \in A$,
avem $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < \frac{5}{2}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x^2 - 1)$.

- (4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- (4p) b) Să se verifice că $f(x) = x^3 - x$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- (4p) c) Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $f'(x) = 0$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f are un punct de maxim local și un punct de minim local.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (2p) f) Să se verifice identitatea $f'(x) = \frac{1}{2}((f'(x))^2 + f'(x) + 1) - \frac{1}{2}((f'(x))^2 - f'(x) + 1)$,
 $\forall x \in \mathbb{R}$.
- (2p) g) Să se arate că există funcții $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, strict crescătoare pe \mathbb{R} ,
astfel încât să avem egalitatea $f(x) = g(x) - h(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta094

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(1, 2)$ la punctul $B(-1, 3)$.
- (4p) b) Să se calculeze coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele $M(1,5)$ și $N(-1,1)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin x$, pentru $\cos x = \frac{1}{5}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
- (4p) d) Să se calculeze $\cos^2 \frac{\pi}{7} + \sin^2 \frac{\pi}{7}$.
- (2p) e) Să se calculeze conjugatul numărului complex $(2+i)(1-2i)$.
- (2p) f) Să se calculeze suma de numere complexe $i^2 + i^3 + i^4$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x) = -3$, unde $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -x^2 + 1$.
- (3p) c) Să se calculeze în câte moduri se pot aranja pe un raft 4 cărți.
- (3p) d) Să se determine numerele reale x, y astfel încât să aibă loc egalitatea $\begin{pmatrix} x & 2 \\ 1 & -y+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x+4 & 2 \\ 1 & y-2 \end{pmatrix}$.
- (3p) e) Să se determine probabilitatea ca un element n din mulțimea $\{0,1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $2^{n+1} \leq 64$.

2.

- (3p) a) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{8n-2}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_{-1}^1 (x^4 + 2) dx$.
- (3p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$, unde $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 \ln x$.
- (3p) d) Să se arate că funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + \ln x$, este crescătoare pe intervalul $(1, \infty)$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea “ \circ ”, prin $x \circ y = 4xy + 4x + 4y + 3$,
 $\forall x, y \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se calculeze $1 \circ 2$.
- (4p) b) Să se verifice că $x \circ y = 4(x+1)(y+1)-1$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$, $\forall x, y, z \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se determine elementul $e \in \mathbf{R}$, care verifică relația $x \circ e = e \circ x = x$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se arate că, dacă $x \circ y = -1$, atunci $x = -1$ sau $y = -1$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că

$$\underbrace{a \circ a \circ \dots \circ a}_{de n ori} = 4^{n-1}(a+1)^n - 1, \forall n \in \mathbf{N}^*$$
 și $\forall a \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $\underbrace{(x-1) \circ (x-1) \circ \dots \circ (x-1)}_{de 2007 ori} = -1$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^4}{x^2 + 1}$.

- (4p) a) Să se verifice că $f(x) = x^2 - 1 + \frac{1}{x^2 + 1}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x^2)$.
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(-\infty, 0]$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (2p) g) Să se rezolve în \mathbf{R} , ecuația $f(x) + f(x^2) = 0$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta095

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $O(0,0)$ $A(-8,-6)$, $B(8,6)$, $C(-6,8)$.

- (4p) a) Să se calculeze coordonatele mijlocului segmentului (AB) .
- (4p) b) Să se arate că $OA = OB = OC$.
- (4p) c) Să se calculeze lungimea segmentului (AC) .
- (4p) d) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (2p) e) Să se calculeze $\sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze, în mulțimea numerelor complexe, numărul $(8+6i)(6+8i)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se rezolve în \mathbf{R}^* ecuația $\log_2(x^2) = 2$.
- (3p) b) Să se calculeze $2 \cdot C_3^2 - 3^2$.
- (3p) c) Să se calculeze primul termen al dezvoltării $(3x+2)^3$.
- (3p) d) Să se determine câte numere $n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ verifică inegalitatea $n^2 - 4n + 3 \leq 0$.
- (3p) e) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $x+2=x^2$.

2.

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 5x^4 + 2$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-7}{x-1}$.
- (3p) d) Să se determine punctul de extrem al funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_3(\mathbf{R})$ se consideră matricele $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ și } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(4p) a) Să se calculeze determinantul matricei B .

(4p) b) Să se arate că $A^3 = O_3$.

(4p) c) Să se arate că $AB = BA = I_3 - B$.

(2p) d) Să se calculeze $(A + I_3) \cdot B$.

(2p) e) Să se demonstreze că $\det(I_3 + A) \cdot \det(I_3 - A + A^2) = 1$.

(2p) f) Să se calculeze $2A + 3A^2 + 4A^3 + \dots + 11A^{10}$.

(2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $(I_3 + A)^n = \begin{pmatrix} 1 & n & n^2 \\ 0 & 1 & 2n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ $f(x) = \ln \frac{x+1}{x}$.

(4p) a) Să se calculeze $f(1) + f(2)$.

(4p) b) Să se arate că $f'(x) = -\frac{1}{x(x+1)}$, $x > 0$.

(4p) c) Să se calculeze $\int_1^{e-1} x \cdot f'(x) dx$.

(2p) d) Să se demonstreze că funcția f este descrescătoare pe $(0, \infty)$.

(2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

(2p) f) Să se calculeze $\int_1^e \left(f\left(\frac{1}{x}\right) - f(x) \right) dx$

(2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(1) + f(2) + \dots + f(n)}{n}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianța ...096

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(3, 8)$ la punctul $B(-2, 3)$.
- (4p) b) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(3+2i)(1-4i)=a+bi$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{11}$.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $-9-5i$.
- (2p) e) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât punctele $A(3, 8)$ și $B(-2, 3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC , $AB = 12$, $AC = 5$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$, să se calculeze BC .

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 10 & 2 \\ 30 & 3 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $4^n \geq 25$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $125^x - 25 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_{10} x = 10$.
- (3p) e) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^6 - X^3 + 1$ la polinomul $g = X^2 - X + 1$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 + \frac{1}{x^5}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}^*$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} ((n^5 + 1) \cdot f(n))$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 8 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și funcția

$$f : \left(\frac{1}{2}, \infty \right) \rightarrow \left(\frac{1}{2}, \infty \right), f(x) = \frac{5x-2}{8x-3} .$$

- (4p) a) Să se verifice că $A + I_2 = B$.
- (4p) b) Să se arate că $A^2 = O_2$.
- (4p) c) Să se calculeze matricea B^2 .
- (2p) d) Să se arate că, dacă $x > \frac{1}{2}$, atunci $\frac{5x-2}{8x-3} > \frac{1}{2}$.
- (2p) e) Să se calculeze $(f \circ f)(x)$, $x \in \left(\frac{1}{2}, \infty \right)$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $B^n = I_2 + nA$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (2p) g) Să se arate că $\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{de n ori f}(x) = \frac{(4n+1)x-2n}{8nx+1-4n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\forall x > \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A = \mathbf{R} - \{0, -1, +1\}$ și funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$,

$$h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x(x^2 - 1), g(x) = f'(x), h(x) = g'(x) \text{ și } u : A \rightarrow \mathbf{R} ,$$

$$u(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} .$$

- (4p) a) Să se calculeze $u'(x)$, $x \in A$.
- (4p) b) Să se arate că $g(x) = f(x) \cdot u(x)$, $\forall x \in A$.
- (4p) c) Să se arate că $u'(x) < 0$, $\forall x \in A$.
- (2p) d) Să se arate că $u'(x) = \frac{f(x) \cdot h(x) - g^2(x)}{f^2(x)}$, $\forall x \in A$.
- (2p) e) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției u .
- (2p) f) Să se calculeze $\int_4^5 u(x) dx$.
- (2p) g) Să se arate că $g^2(x) > h(x) \cdot f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta097

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se determine partea reală a numărului complex $(\sqrt{3} + i)^2$.
- (4p) b) Să se calculeze perimetrul unui triunghi echilateral cu lungimea laturii 5.
- (4p) c) Să se determine dreapta de ecuație $2x + ay = b$ care trece prin punctele $A(2,1)$ și $B(0,3)$.
- (4p) d) Să se calculeze numărul complex $1 + i^3 + i^6 + i^9 + i^{12}$.
- (2p) e) Să se determine raza cercului circumscris unui triunghi având lungimile laturilor 6, 8, 10.
- (2p) f) Să se calculeze $\cos x$, știind că $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Să se rezolve ecuația $C_n^1 = 7$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$.
- (3p) b) Să se determine punctul de abscisă 3 situat pe graficul funcției $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 4x - 3$.
- (3p) c) Se consideră polinomul $f = X^3 + 2X^2 + X + a$, $f \in \mathbf{R}[X]$.Să se determine parametrul real a , astfel încât $x = 2$ să fie rădăcină a polinomului f .
- (3p) d) Se consideră pe \mathbf{R} legea de compozitie $x * y = x + y + 14$. Să se determine elementul neutru al legii *.
- (3p) e) Să se calculeze matricea $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}^2$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 + 27$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbf{R} .
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- (3p) d) Să se rezolve în \mathbf{R} , ecuația $f'(x) + f(x) = 27$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimile $A = \{X^2 + aX + b \mid a, b \in \mathbf{Z}\}$ și $B = \{r \in \mathbf{R} \mid \exists f \in A \text{ astfel încât } f(r) = 0\}$

- (4p) a) Să se găsească un polinom $f \in A$, astfel încât $f(5) = 0$.
- (4p) b) Să se arate că $1 + \sqrt{3} \in B$.
- (4p) c) Să se arate că numerele $x_1 = m + n\sqrt{3}$ și $x_2 = m - n\sqrt{3}$, cu $m, n \in \mathbf{Z}$, sunt soluțiile ecuației $x^2 - 2mx + m^2 - 3n^2 = 0$.
- (2p) d) Să se arate că $(2 - \sqrt{3})^n = A_n - B_n\sqrt{3}$, unde $A_n, B_n \in \mathbf{Z}$, $n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) e) Să se arate că dacă $a \in B$ și $k \in \mathbf{Z}$, atunci $a + k \in B$.
- (2p) f) Să se demonstreze că $B \cap \left(0; \frac{1}{2007}\right) \neq \emptyset$.
- (2p) g) Să se arate că $\sqrt{2} + \sqrt{3} \notin B$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$ și sirul $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$,

$$a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n).$$

- (4p) a) Să se verifice că dreapta $x = 0$ este asimptotă verticală la graficul funcției f .
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (4p) c) Să se arate că $a_n = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) d) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)^{n^2}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(\int_1^n f(x) dx - a_n + \frac{1}{2} \right)$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta098

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(-3, 3)$, $B(-3, 0)$, $C(0, 6)$ și $D(-2, 2)$.

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul A la punctul B .
- (4p) b) Să se determine $m, n \in \mathbf{R}$ astfel încât punctele B și C să aparțină dreptei de ecuație $y = mx + n$.
- (4p) c) Să se demonstreze că punctele B , C și D sunt coliniare.
- (4p) d) Să se calculeze aria triunghiului DEF , cu $DE = 2$, $DF = 3$ și $m(\hat{D}) = 30^\circ$.
- (2p) e) Să se calculeze $\cos^4 45^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze, în mulțimea numerelor complexe, numărul $(1 - 2i)^2$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze numărul $1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5$.
- (3p) b) Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, cu $f(x) = 3x + 1$, astfel încât funcția g este inversa funcției f . Să se calculeze $g(4)$.
- (3p) c) Să se determine suma coeficienților polinomului $(X + 1)^4$.
- (3p) d) Să se rezolve ecuația $\lg(5x^2 + 1) = \lg(6x)$, $x > 0$.
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $x + 2 = 3\sqrt{x}$, $x \geq 0$.

2.

Se consideră funcția $f : (-1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + \frac{1}{x+1}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(0)$.
- (3p) b) Să se arate că $f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$, $\forall x > -1$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se arate că funcția f este crescătoare pe $[0, \infty)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x$

și $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f_n(x) = \underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{de n ori}(x)$, pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$, unde „ \circ ” reprezintă

operația de compunere a funcțiilor.

(4p) a) Să se calculeze $f(1)$.

(4p) b) Să se calculeze $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$.

(4p) c) Să se determine inversa funcției f .

(2p) d) Să se arate că $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = f\left(\frac{3}{2}\right)$.

(2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $f_n(x) = 2^n x$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) f) Să se arate că $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & f(n) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) g) Să se arate că $1 + f_1(1) + f_2(1) + f_3(1) + \dots + f_n(1) = 2^{n+1} - 1$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 - x^2 - x - 2$.

(4p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) b) Să se calculeze $\int_1^2 \frac{f'(x)}{x^2} dx$.

(4p) c) Să se demonstreze că funcția f nu este monotonă pe \mathbf{R} .

(2p) d) Să se determine punctele de extrem ale funcției f .

(2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{f(x)}$.

(2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{2^x}\right)$.

(2p) g) Să se calculeze $\int_{-\frac{1}{5}}^{\frac{5}{3}} \frac{f(x) - f(-x)}{x^3} dx$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta099

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul $A(3, -2)$ la punctul $B(-2, 3)$.
- (4p) b) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(1+3i)(4-2i)=a+bi$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{15}$.
- (4p) d) Să se determine conjugatul numărului complex $-4-9i$.
- (2p) e) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât punctele $A(3, -2)$ și $B(-2, 3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (2p) f) Dacă în triunghiul ABC , $AB = 3$, $AC = 8$ și $m(\hat{BAC}) = 90^\circ$, să se calculeze BC .

SUBIECTUL II (30p)

- 1.
- (3p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 20 \\ 2 & 30 \end{vmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $3^n \geq 28$.
- (3p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $64^x - 32 = 0$.
- (3p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_8 x = 3$.
- (3p) e) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^4 + 1$ la polinomul $g = X^2 + X + 1$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \frac{1}{x^4}$.
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}^*$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{n^2}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$, se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și funcția

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x^2 - 9.$$

- (4p) a) Să se determine $x \in \mathbf{N}$ astfel încât $f(x) = 0$.
- (4p) b) Să se calculeze $\det(A)$.
- (4p) c) Să se calculeze A^2 .
- (2p) d) Să se arate că $A^2 = 5A + 6I_2$.
- (2p) e) Să se calculeze $f(1) + f(2) + \dots + f(20)$.
- (2p) f) Să se rezolve inecuația $\frac{f(x-1)}{x} \geq 0$, pentru $x \in \mathbf{R}^*$.
- (2p) g) Să se determine numerele $p, q \in \mathbf{R}$ astfel încât $A^4 = p \cdot A + q \cdot I_2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A = \mathbf{R} - \{-1, -2, -3\}$ și funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$,

$$h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = (x+1)(x+2)(x+3), \quad g(x) = f'(x), \quad h(x) = g'(x) \text{ și } u : A \rightarrow \mathbf{R},$$

$$u(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}.$$

- (4p) a) Să se calculeze $u'(x)$, $x \in A$.
- (4p) b) Să se arate că $g(x) = f(x) \cdot u(x)$, $\forall x \in A$.
- (4p) c) Să se arate că $u'(x) < 0$, $\forall x \in A$.
- (2p) d) Să se arate că $u'(x) = \frac{f(x) \cdot h(x) - g^2(x)}{f^2(x)}$, $\forall x \in A$.
- (2p) e) Să se determine ecuația asymptotei către $+\infty$ la graficul funcției u .
- (2p) f) Să se calculeze $\int_0^1 u(x) dx$.
- (2p) g) Să se arate că $g^2(x) > h(x) \cdot f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F
Varianta100

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze numărul complex $(1+2i) \cdot (1-3i)$.
- (4p) b) Să se determine $m, n \in \mathbf{R}$ astfel încât punctele $A(2, 1), B(4, 5)$ să se afle pe dreapta de ecuație $y = mx + n$.
- (4p) c) Să se calculeze aria triunghiului MNP , dacă $MP = 2$, $NP = 4$ și $\sin P = \frac{1}{2}$.
- (4p) d) Să se determine $a \in \mathbf{R}$ astfel încât dreptele de ecuații $y = 2x + 1$ și $y = (a+1)x + 3$ să fie paralele.
- (2p) e) Să se calculeze $\sin(2\pi + x)$, știind că $\sin x = 0,4$.
- (2p) f) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{3}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se arate că punctul $A(1, 2)$ este situat pe graficul funcției $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x^2 + 3x - 3$.
- (3p) b) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $(\sqrt[3]{x})^2 - 5\sqrt[3]{x} + 6 = 0$.
- (3p) c) Să se rezolve ecuația $\frac{(x+1)!}{x!} = 2x - 3$, știind că $x \in \mathbf{N}$.
- (3p) d) Să se calculeze probabilitatea ca un element din mulțimea $\{1, 2, \dots, 20\}$ să se dividă cu 7.
- (3p) e) Să se calculeze $C_7^1 + C_7^2$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 7$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) c) Să se arate că $f'(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{6x^2 + 1}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

și $C = A + B$. Se admite cunoscut faptul că $\det(XY) = \det(X) \cdot \det(Y)$, $\forall X, Y \in M_2(\mathbf{R})$.

- (4p) a) Să se calculeze determinantul matricei A .
- (4p) b) Să se calculeze A^2 și A^3 .
- (4p) c) Să se arate că $B^2 = B + 2I_2$.
- (2p) d) Să se arate că $C = 2 \cdot I_2$ și $C^2 = 2^2 \cdot I_2$.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $C^n = 2^n \cdot I_2$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze matricea $X = C + C^2 + C^3 + \dots + C^{2007}$.
- (2p) g) Să se determine restul împărțirii la 4 a numărului $\det(X)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$.

- (4p) a) Să se arate că $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$, $\forall x > 0$.
- (4p) b) Să se calculeze $f(1) + f(2) + f(3) + f(4)$.
- (4p) c) Să se arate că $f'(x) = \frac{-2x-1}{x^2(x+1)^2}$, $\forall x > 0$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe $(0, \infty)$.
- (2p) e) Să se determine ecuația asimptotei verticale a graficului funcției f .
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(1) + f(2) + \dots + f(n))$
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^n f(x) dx$.