Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Determinați al treilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1=4$ și $a_2=7$.
5p	**2.** Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2-4x+1=0$. Arătați că $4x_1x_2-(x_1+x_2)=0$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x+1}=\frac{1}{8}$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 15.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,1)$, $B(1,1)$ și $C(3,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că punctele A, B și C sunt coliniare.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=4\sqrt{3}$, $AC=4$ și $\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Calculați $\sin B$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}0 & x\\ x & 0\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(1))=-1$.
5p	**b)** Demonstrați că $A(x)A(y)=xyI_2$, pentru orice numere reale x și y, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**c)** Determinați numărul real a, știind că $A(3^a)A(3^{a+1})A(3^{a+2})=A(27)$.
	2. Se consideră polinomul $f=X^3+mX^2+2X-4$, unde m este număr real.
5p	**a)** Pentru $m=1$, arătați că $f(1)=0$.
5p	**b)** Arătați că, dacă polinomul f se divide cu $X+2$, atunci restul împărțirii lui f la $X+3$ este egal cu -1.
5p	**c)** Determinați numărul real m, știind că $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+x_1+x_2+x_3=\frac{1}{2}$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x+2017}{e^x}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{-(x+2016)}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $[-2015,+\infty)$.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$.
5p	**a)** Arătați că $\int_0^1 \frac{1}{f(x)}dx=\frac{4}{3}$.
5p	**b)** Determinați primitiva F a funcției f, știind că $F(1)=\frac{\pi}{4}+1$.
5p	**c)** Determinați numărul natural n, știind că $\int_0^n xf(x)dx=\frac{1}{2}\ln 5$.

Examenul de bacalaureat naţional 2017
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$r = a_2 - a_1 = 3$	**3p**
	$a_3 = 10$	**2p**
2.	$x_1 + x_2 = 4$, $x_1 x_2 = 1$	**2p**
	$4x_1x_2 - (x_1 + x_2) = 4 \cdot 1 - 4 = 0$	**3p**
3.	$2^{2x+1} = 2^{-3} \Leftrightarrow 2x + 1 = -3$	**3p**
	$x = -2$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre, multiplii de 15 sunt numerele 15, 30, 45, 60, 75 și 90, deci sunt 6 cazuri favorabile	**2p**
	$p = \dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \dfrac{6}{90} = \dfrac{1}{15}$	**1p**
5.	$m_{AB} = 0$, $m_{AC} = \dfrac{a-1}{3}$	**2p**
	$m_{AB} = m_{AC} \Leftrightarrow \dfrac{a-1}{3} = 0 \Leftrightarrow a = 1$	**3p**
6.	$\dfrac{AB}{\sin C} = \dfrac{AC}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \dfrac{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{4\sqrt{3}} =$	**3p**
	$= \dfrac{1}{2}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$	**2p**
	$= 0 - 1 = -1$	**3p**
b)	$A(x)A(y) = \begin{pmatrix} 0 & x \\ x & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & y \\ y & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xy & 0 \\ 0 & xy \end{pmatrix} =$	**3p**
	$= xy\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = xyI_2$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
c)	$A(3^a)A(3^{a+1})A(3^{a+2}) = A(3^{3a+3})$	**3p**
	$A(3^{3a+3}) = A(27) \Rightarrow 3^{3a+3} = 3^3$, de unde obținem $a = 0$	**2p**
2.a)	$f = X^3 + X^2 + 2X - 4 \Rightarrow f(1) = 1^3 + 1^2 + 2 \cdot 1 - 4 =$	**3p**
	$= 1 + 1 + 2 - 4 = 0$	**2p**

b)	$f(-2)=0 \Rightarrow m=4$, deci $f=X^3+4X^2+2X-4$ $f(-3)=-27+36-6-4=-1$	**3p** **2p**
c)	$x_1+x_2+x_3=-m$, $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=2$, $x_1x_2x_3=4$ $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+x_1+x_2+x_3=\frac{x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1}{x_1x_2x_3}+(x_1+x_2+x_3)=\frac{1}{2}-m$, deci $m=0$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{(x+2017)'e^x-(x+2017)(e^x)'}{(e^x)^2}=$ $=\frac{e^x(1-x-2017)}{(e^x)^2}=\frac{-(x+2016)}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	$f(0)=2017$, $f'(0)=-2016$ Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=-2016x+2017$	**2p** **3p**
c)	$f''(x)=\frac{x+2015}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$ $f''(x)\geq 0$ pentru orice $x\in[-2015,+\infty)$, deci f este convexă pe $[-2015,+\infty)$	**2p** **3p**
2.a)	$\int_0^1(x^2+1)dx=\left(\frac{x^3}{3}+x\right)\Big\vert_0^1=$ $=\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}$	**3p** **2p**
b)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\operatorname{arctg}x+c$, unde $c\in\mathbb{R}$ $F(1)=\frac{\pi}{4}+c\Rightarrow c=1$, deci $F(x)=\operatorname{arctg}x+1$	**2p** **3p**
c)	$\int_0^n xf(x)dx=\int_0^n\frac{x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\ln(x^2+1)\Big\vert_0^n=\frac{1}{2}\ln(n^2+1)$ $\frac{1}{2}\ln(n^2+1)=\frac{1}{2}\ln 5$, deci $n^2+1=5$, de unde obținem $n=2$	**3p** **2p**