

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{4}\right) : \frac{7}{8} = 1$.
- 5p 2. Determinați numărul real a pentru care $f(1) + f(-1) = 2$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + a$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_6(x^2 + 2) = \log_6(3x)$.
- 5p 4. Prețul unui obiect este 300 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se ieftinește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(-3,2)$ și $B(3,2)$. Determinați distanța de la punctul O la punctul M , unde M este mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Calculați aria triunghiului ABC , știind că $m(\sphericalangle C) = 45^\circ$ și $AB = AC = 2\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = x + y - 6$.

- 5p 1. Arătați că $6 * 0 = 0$.
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p 3. Verificați dacă $e = 6$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p 4. Determinați numerele reale x pentru care $x * x * x = x$.
- 5p 5. Arătați că $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10 = 1$.
- 5p 6. Determinați numerele naturale pare nenule n pentru care $\underbrace{n * n * \dots * n}_{\text{de } 6 \text{ ori } n} < 6$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

- 5p 1. Arătați că $\det(A(1)) = -5$.
- 5p 2. Demonstrați că $A(-a) + A(a) = 2A(0)$, pentru orice număr real a .
- 5p 3. Arătați că inversa matricei $A(3)$ este matricea $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$.
- 5p 4. Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
- 5p 5. Determinați numerele reale a pentru care $A(a^2) - 4A(a) + 3A(1) = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p 6. Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a) + A(2)) = a^2 - 15$.

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$1 + \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = \frac{7}{8}$	3p
	$\frac{7}{8} : \frac{7}{8} = 1$	2p
2.	$f(1) = 1 + a, f(-1) = -1 + a$	2p
	$f(1) + f(-1) = 2 \Leftrightarrow 2a = 2$, deci $a = 1$	3p
3.	$x^2 + 2 = 3x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$	3p
	$x = 1$ sau $x = 2$, care convin	2p
4.	După prima ieftinire cu 10%, prețul obiectului este $300 - 10\% \cdot 300 = 270$ de lei	3p
	După a doua ieftinire cu 10%, prețul obiectului este $270 - 10\% \cdot 270 = 243$ de lei	2p
5.	$M(0, 2)$	3p
	$OM = 2$	2p
6.	$\triangle ABC$ este dreptunghic în A , deci $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}}{2} =$	3p
	$= 6$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$6 * 0 = 6 + 0 - 6 =$	3p
	$= 6 - 6 = 0$	2p
2.	$x * y = x + y - 6 = y + x - 6 =$	3p
	$= y * x$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „*” este comutativă	2p
3.	$x * 6 = x + 6 - 6 = x$	2p
	$6 * x = 6 + x - 6 = x = x * 6$, pentru orice număr real x , deci $e = 6$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”	3p
4.	$x * x = 2x - 6, x * x * x = 3x - 12$	2p
	$3x - 12 = x \Leftrightarrow x = 6$	3p
5.	$(1 * 2) * (3 * 4) * (5 * 6) * (7 * 8) * (9 * 10) = (-3) * 1 * 5 * 9 * 13 =$	3p
	$= (-8) * 8 * 13 = -6 + 13 - 6 = 1$	2p
6.	$\underbrace{n * n * \dots * n}_{\text{de 6 ori}} = 6n - 30$	2p
	$6n - 30 < 6 \Rightarrow n < 6$ și, cum n este număr natural par nenul, obținem $n = 2$ sau $n = 4$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - 4 \cdot 2 =$	3p
	$= 3 - 8 = -5$	2p

2.	$A(-a) = \begin{pmatrix} -a & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow A(-a) + A(a) = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 8 & 6 \end{pmatrix} =$ $= 2 \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = 2A(0), \text{ pentru orice număr real } a$	<p>3p</p> <p>2p</p>
3.	$A(3) \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9-8 & -6+6 \\ 12-12 & -8+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$ $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} \cdot A(3) = \begin{pmatrix} 9-8 & 6-6 \\ -12+12 & -8+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2, \text{ deci matricea } \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} \text{ este inversa}$ <p>matricei $A(3)$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
4.	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} a & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 3a - 8$ <p>Matricea $A(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det(A(a)) \neq 0 \Leftrightarrow 3a - 8 \neq 0 \Leftrightarrow a \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{8}{3} \right\}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
5.	$A(a^2) = \begin{pmatrix} a^2 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow A(a^2) - 4A(a) + 3A(1) = \begin{pmatrix} a^2 - 4a + 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} a^2 - 4a + 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a^2 - 4a + 3 = 0, \text{ de unde obținem } a = 1 \text{ sau } a = 3$	<p>2p</p> <p>3p</p>
6.	$A(a) + A(2) = \begin{pmatrix} a+2 & 4 \\ 8 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(a) + A(2)) = \begin{vmatrix} a+2 & 4 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} = 6(a+2) - 32 = 6a - 20$ $6a - 20 = a^2 - 15 \Leftrightarrow a^2 - 6a + 5 = 0, \text{ de unde obținem } a = 1 \text{ sau } a = 5$	<p>2p</p> <p>3p</p>