

Examenul de bacalaureat 2011
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

I. FELADAT		(30 pont)
5p	1. Adott az $(a_n)_{n \geq 1}$, számtani haladvány, amelyben $a_2 = 5$ és $a_4 = 11$. Számítsd ki a_6 értékét!	
5p	2. Adottak az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ és $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = cx + d$ függvények, a, b, c, d valós számok. Igazold, hogy ha $f(1) = g(1)$ és $f(3) = g(3)$, akkor $f(5) = g(5)$.	
5p	3. Az $x^2 - 5x + 3 = 0$ valós gyökei x_1 és x_2 . Számítsd ki $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ értékét!	
5p	4. Határozd meg a $\log_2(x^2 + x + 2) = 2$ egyenlet valós gyökeinek halmazát!	
5p	5. Adott az ABC háromszög és az M, N pontok úgy, hogy $\overline{AM} = 3 \cdot \overline{MB}$ és $\overline{AN} = 3 \cdot \overline{NC}$. Igazold, hogy az MN és BC egyenesek párhuzamosak!	
5p	6. Adott az ABC háromszög, amelyben az A és C szög mértéke 30° illetve 90° . Ha $BC = 6$ számítsd ki az AC oldal hosszát!	
II. FELADAT		(30 pont)
Az \mathbb{R} halmazon értelmezzük az $x * y = xy - 2x - 2y + 6$ műveletet.		
5p	a) Igazold, hogy a „ $*$ ” művelet kommutatív!	
5p	b) Igazold, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív!	
5p	c) Határozd meg azt az a valós számot, amelyre bármely $x, y \in \mathbb{R}$ esetén fennáll az $x * y = (2 - x)(2 - y) + a$ egyenlőség!	
5p	d) Oldd meg az \mathbb{R} halmazon az $x * x = x$ egyenletet!	
5p	e) Határozd meg a „ $*$ ” művelet semleges elemét!	
5p	f) Igazold, hogy bármely $x \in \mathbb{R}^*$ esetén $(x + 2) * \left(\frac{1}{x} + 2\right) = 3$.	
III. FELADAT		(30 pont)
Adottak az $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & -a \\ -a & 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok, $a \in \mathbb{R}$.		
5p	a) Határozd meg azt az a valós számot, amelyre $\det(A + I_3) = 1$.	
5p	b) Számítsd ki $\det(A + {}^t A)$ értékét, ha ${}^t A$ az A mátrix transzponált mátrixa!	
5p	c) $a = 1$ esetén határozd meg az A mátrix inverzét!	
5p	d) Igazold, hogy $A^3 = a^3 \cdot I_3$.	
5p	e) $a = 1$ esetén ellenőrizd az $(A + I_3)(A^2 - A + I_3) = 2I_3$ egyenlőséget!	
5p	f) Határozd meg az a valós szám azon értékeit, amelyekre $\det(A + {}^t A + I_3) = 1$.	